Evaluar en geometría

Las producciones de los niños y las decisiones del maestro

Fabiana Marella | Marianela Portugal | Maestras. Treinta y Tres.

«La evaluación es un espejo que refleja la realidad y permite a los protagonistas verse con claridad, para que puedan tener un juicio más fiel de lo que están haciendo. ***Pero la evaluación, no les dice a los protagonistas qué hacen bien o qué hacen mal. Tampoco les dice qué tienen que cambiar****.»* (Santos Guerra, 1995)

La finalidad de este artículo es compartir una mirada al espejo de la evaluación, en la que valoramos positivamente al sujeto de aprendizaje, intentando indagar *qué sabe*, a fin de capitalizar esos conocimientos y tender puentes entre estos y otros nuevos.

Cuando hablamos de *los saberes de los niños*, aludimos a aquellos por medio de los cuales tienen éxito y también a aquellos que no son exitosos.

Diseñamos una propuesta de evaluación que tiene como objetivo recolectar producciones de los niños en torno al concepto de polígono a fin de explotarlas[1].

Como herramientas de evaluación, presentamos una serie de actividades que contemplan los aspectos que consideramos fundamentales para la enseñanza de la geometría: exploratoria, dinámica, *intra e interfigural, que tiene en cuenta los procesos de pensamiento deductivo e inductivos, fundada en procesos de representación, construcción, reproducción y designación*.

Las actividades que planteamos a los niños tienen como objetivo movilizar ciertos conceptos que creemos que pueden ponerse en juego para resolver la situación. No podemos anticipar con exactitud qué saben nuestros alumnos, ni qué harán, pero podemos identificar el contenido geométrico que involucran nuestras propuestas, para luego analizar el grado de aproximación a dicho conocimiento, examinando las producciones de los alumnos.

Incorporamos la *observación participante de las maestras* y *la entrevista personal con el alumno*, con el objeto de indagar y trabajar positivamente con el *error*[2].

Basándonos en las mencionadas actividades, observaciones y entrevistas, realizamos un **análisis descriptivo-explicativo** y planificamos intervenciones futuras que conforman un **trabajo proyectivo**, los que se exponen conjuntamente.

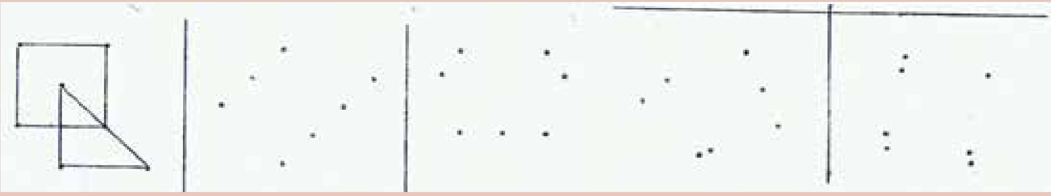
---

[1] Según Bendeko Mopondi (1997), explotar las producciones de los niños consiste en: 1. Observarlas, a fin de seleccionar aquellas pasibles de ser objeto de explicación; no toda producción es explotable. 2. Traducirlas disciplinarmente, expresarlas desde el lenguaje de la disciplina. 3. Identificar el funcionamiento y el disfuncionamiento. 4. Enviar mensajes a los alumnos. Son preguntas, no respuestas ni juicios, para avanzar en la comprensión y la posterior institucionalización (tomado de Xavier de Mello, 2012:30).

[2] *«El error no es solo efecto de la ignorancia, de la incertidumbre, de la casualidad; sino que es el resultado de un conocimiento que en su momento tuvo éxito, pero que ahora se revela como falso e inadecuado, tanto para el maestro como para el alumno.»* (Brousseau, 1983)

Herramientas de evaluación

Consigna: Unan los puntos de cada recuadro para formar las figuras del modelo.



Conceptos geométricos involucrados:
- *Propiedades del cuadrado: lados congruentes y ángulos rectos.*
- *Propiedades del triángulo: isósceles, rectángulo.*

Tipo de actividad:
- *Representación. Copiado.*

Relaciones geométricas:
- *Dinámica de la figura en el plano.*

Consigna: A partir del siguiente segmento, traza un polígono de cuatro lados.

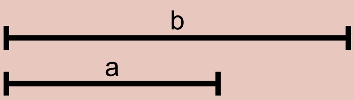
Identifícalo.

Conceptos geométricos involucrados:
- *Cuadrilátero. Diagonales, lados, paralelas medias, mediatrices, bisectrices entre otras líneas.*

Tipo de actividad:
- *Representación.*

Relaciones geométricas:
- *Análisis intrafigural.*

Consigna: Explora cuántos triángulos se pueden construir utilizando el segmento **b** como un lado y el segmento **a** como altura correspondiente a dicho lado.



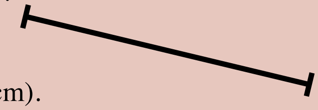
Conceptos geométricos involucrados:
- *Triángulo, alturas, paralelismo, perpendicularidad.*

Tipo de actividad:
- *Representación.*

Relaciones geométricas:
- *Análisis intrafigural.*

Nota: Esta actividad fue tomada de Fripp y Rodríguez Rava (2005:73).

Consigna: El siguiente segmento es la diagonal de un polígono.



Trázalo (4 cm).

Conceptos geométricos involucrados:
- *Polígono convexo o cóncavo.*
- *Diagonales, sus relaciones con otros elementos del polígono: vértices, lados.*

Tipo de actividad:
- *Representación.*

Relaciones geométricas:
- *Análisis intrafigural.*

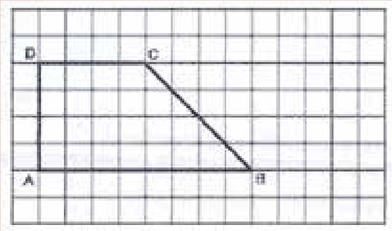
Consigna:
De las siguientes figuras, marca con una cruz la que no represente un paralelogramo.

Conceptos geométricos involucrados:
- *Paralelismo.*
- *Paralelogramo.*

Tipo de actividad:
- *Clasificación.*

Relaciones geométricas:
- *Análisis interfigural.*

Consigna: La siguiente figura ABCD es un trapecio.
Para obtener un cuadrado a partir de ella podemos:



a) Mover cuatro unidades hacia la derecha del punto C.

b) Mover cuatro unidades a la izquierda del punto B.

c) Otros movimientos.

Conceptos geométricos involucrados:
- *Propiedad del trapecio: un par de lados paralelos.*
- *Propiedad del cuadrado: dos pares de lados paralelos.*
- *Transformaciones en función de las mencionadas propiedades u otras.*

Tipo de actividad:
- *Representación.*

Relaciones geométricas:
- *Análisis interfigural.*

Consigna: ¿Qué condiciones cumple el cuadrado que no cumple el trapecio?

Conceptos geométricos involucrados:
- *Propiedades del cuadrado.*
- *Propiedades del trapecio.*

Tipo de actividad:
- *Designación.*

Relaciones geométricas:
- *Análisis interfigural.*

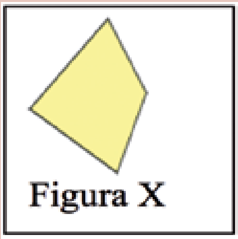
Consigna: Encontrar todas las figuras que cumplen con las siguientes condiciones: Cuatro ángulos iguales, lados opuestos iguales.

Conceptos geométricos involucrados:
- *Propiedades comunes de cuadrados y rectángulos.*

Tipo de actividad:
- *Clasificación, designación.*

Relaciones geométricas:
- *Análisis interfigural.*

Escribir las instrucciones para construir la siguiente figura (Figura X).



Conceptos geométricos involucrados:
- *Trapezoide: propiedades.*

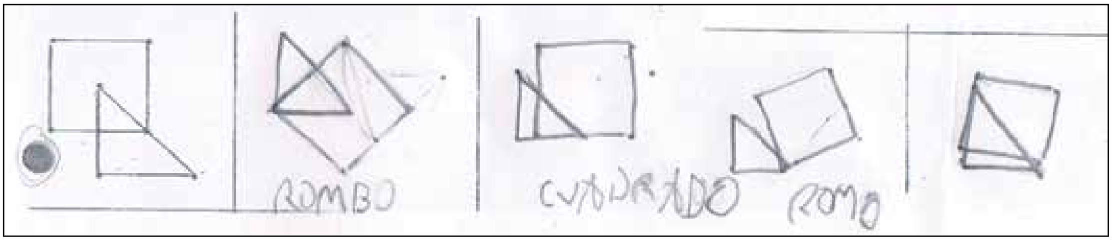
Tipo de actividad:
- *Comunicación.*

Relaciones geométricas:
- *Análisis intrafigural.*

Análisis descriptivo, explicativo y proyectivo de las producciones de los niños

En el primer nivel de conceptualización agrupamos los trabajos de niños que asocian la identidad de la figura a la posición, construyen cuadriláteros y triángulos a partir de los lados, consideran el lado como único elemento notable de la figura, identifican cuadriláteros recurriendo solamente a la medida de los lados y logran hacer construcciones estereotipadas a partir de nombres de las figuras.

El trabajo de Santiago puede ser ilustrativo de la primera categoría de este nivel. Frente a la consigna de unir los puntos de cada recuadro para formar las figuras del modelo, el niño resuelve del siguiente modo:



Santiago dibuja cuadrados a partir de los puntos dados y construye triángulos rectángulos, agregando puntos en los recuadros dos, tres y cuatro. Al creer que tenía la libertad de agregar puntos, el niño podría haber construido triángulos que no fueran rectángulos, y sin embargo no lo hace. Por lo que podríamos decir que ha tomado en cuenta que el triángulo tiene un ángulo recto y es isósceles.

Podría pensarse que el chico no ha entendido la consigna de trabajo (no se puede agregar, ni dejar puntos libres). No obstante, véase como en el segundo recuadro, el niño arribó a la solución correcta y luego borró. Esto es, Santiago estuvo en algún momento de su proceso de resolución, frente al triángulo rectángulo solución; sin embargo, por alguna razón evaluó que esta no era la solución más acertada.

Santiago sacrifica el triángulo congruente encontrado, por otro semejante (con lados "más cortos"), pero que respeta una condición, aparentemente mucho más importante (para él) que la igualdad: la posición. Nótese como en el último recuadro, el niño no agrega puntos, porque los puntos dados le permiten construir el triángulo rectángulo en la misma posición que la del modelo.

La importancia que la posición tiene para este niño no condice con el éxito que ha tenido encontrando el cuadrado en todos los casos; por ello es que, en entrevista con él, decidimos pedirle que le ponga nombre a los cuadriláteros. Apreciamos entonces que Santiago considera nuevamente a la posición como una condición decisiva: la figura con lados paralelos al renglón es un cuadrado, las demás son rombos, ¿y la última? Quizá la última no tiene respuesta porque generó una duda: está casi en la posición del cuadrado, pero también se parece al rombo...

Cuando le pedimos que recorte las figuras y las superponga, la incertidumbre del niño es aún mayor: *"¿son los mismos?"*. Una gran verdad que hay que continuar revisando, porque Santiago aún no sabe que todos los cuadrados son rombos, pero que hay rombos que no son cuadrados.

A partir de esta actividad y de la entrevista corroboramos la idea de que para estos niños, la posición de la figura es una propiedad; a su vez identifican y reproducen cualidades como la igualdad de lados, los ángulos rectos; y que están preparados para romper con la concepción de la posición.

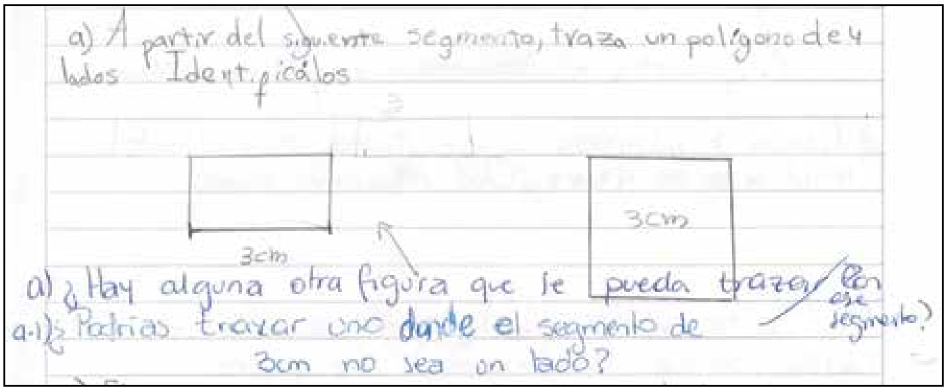
Tal vez la razón por la cual la posición es tan importante, se deba a que estos niños consideran que la geometría está fuertemente ligada a la realidad. Frente a la pregunta de si podían reconocer objetos con forma cuadrada, los niños nombraron ventanas, caras de cajas, etc.; todos elementos que tienen un lado paralelo al suelo, por lo que la posición acaba convirtiéndose en un aspecto importante para reconocer la figura.

Estos niños poseen conocimientos espaciales que les permiten resolver algunas situaciones que no involucren demasiados conocimientos geométricos. Son capaces de realizar representaciones que sustituyen a la percepción y que, apoyados por el docente, validan empíricamente encontrándose en ocasiones con resultados que no esperaban.

La intervención docente, en este sentido, deberá estar orientada a desvincular la geometría de la realidad física, trabajando con objetos geométricos dibujados que puedan ser susceptibles de ser rotados, trasladados, superpuestos, plegados, recortados, para ir elaborando mentalmente un conjunto de semejanzas y diferencias que permitan ampliar el concepto de figura.

Frente a la consigna que solicita construir un cuadrilátero a partir de un segmento de 3 cm, todos los niños de este nivel dibujan un cuadrado, con dos lados paralelos al renglón de la hoja. Pensamos que la coincidencia de representar cuadrados quizá se deba a que es una figura muy familiar, que cumple con las condiciones pedidas y, por lo tanto, que estos niños se sienten cómodos de dibujar: porque saben que lo hacen bien.

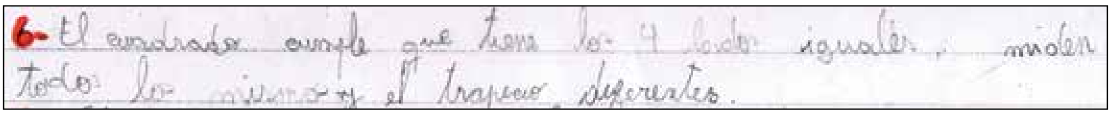
Al preguntarle a Josefina si había posibilidad de trazar otra figura a partir del segmento de 3 cm, la niña construye un rectángulo, y no encuentra solución cuando se le pregunta si es posible trazar alguna donde el segmento de 3 cm no sea un lado.



De aquí se desprende la idea de que, aparentemente, los niños de este nivel consideran que las figuras solo se construyen a partir de los lados y, a su vez, consideran el lado como único segmento notable de la figura.

La recurrencia a la medida de los lados es una práctica muy arraigada, tal vez porque les permite resolver varias situaciones; por ejemplo, cuando comparan cuadriláteros abordan la situación apelando exclusivamente a la medida de los lados. Cuando se les pregunta qué condiciones cumple el cuadrado que no cumple el trapecio,

Mary escribe:

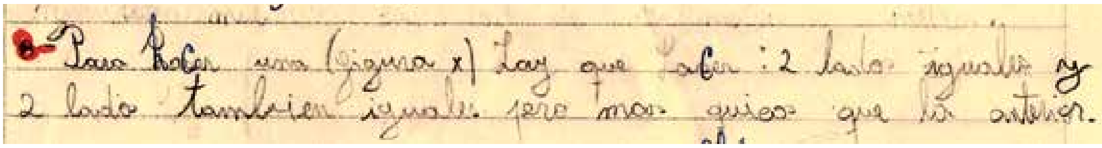


Sofía anota:

Estas dos niñas logran resolver la situación con relativo éxito (dicen que el trapecio no tiene lados iguales, siendo que puede tenerlos) empleando la propiedad de “lados iguales”, porque es una situación que les permite resolver con lo que saben.

Para hacer avanzar con respecto a esta categoría conceptual, creemos que es necesario elaborar propuestas donde la mencionada propiedad no sea suficiente para resolver.

Por ejemplo, cuando se le solicita escribir las instrucciones para construir la Figura X, Mary contesta: *"Para hacer la 'Figura X' hay que hacer 2 lados iguales y dos lados también iguales pero más chicos que la anterior"*.


8- Para hacer una (figura x) hay que hacer : 2 lados iguales y 2 lado tambien iguale pero mas quicos que la anterior.

Transformar la producción de Mary en una situación de pedidos, la ayudaría a constatar que la medida de los lados no es una condición suficiente para construir la figura, estimulándola a observar otros aspectos para resolver.
Asimismo, creemos que el avance en este nivel también estará dado en la multiplicación de situaciones problema, donde se impida emplear la medida como estrategia de resolución, poniendo de relieve otras propiedades de lados, ángulos, diagonales, paralelas medias, entre otras.

Es interesante observar que lo que venimos diciendo sobre los lados y la medida como único elemento notable de las figuras es un conocimiento insuficiente. Los alumnos de este nivel, que conocen una diferencia entre cuadrado y trapecio (lados iguales – lados diferentes), cuando resuelven el problema de hacerle cambios al trapecio para obtener un cuadrado, sacan la banda de goma completa del geoplano y arman un cuadrado desde cero, sin notar que lo podían hacer con un solo movimiento. Ese movimiento involucra el conocimiento de igualdad de lados; pero es un movimiento que requiere saber que el cuadrado y el trapecio tienen otra diferencia mucho más potente: dos pares de lados paralelos, en el caso del cuadrado; contra un solo par de lados paralelos, en el caso del trapecio.

Creemos que para lograr progresos en las conceptualizaciones interfigurales desde este nivel, será necesario enfrentar a estos niños a situaciones que involucren los objetos geométricos desde un punto de vista dinámico, que exijan la evaluación de relaciones y transformaciones de una figura en otra, en función de propiedades potentes, que sirvan de sustento para respaldar las acciones de los niños.

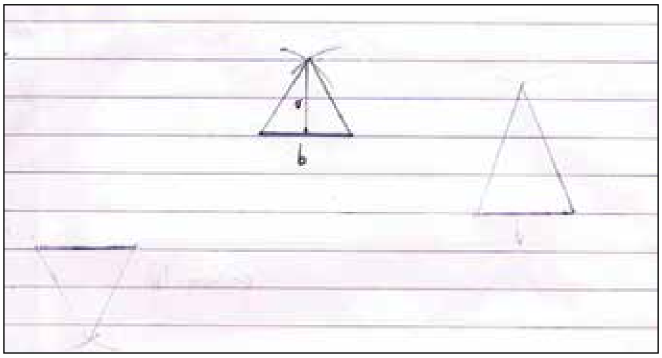
Los alumnos de este primer nivel de conceptualización son hábiles constructores de cuadrados, rectángulos, rombos, triángulos, si se llama a las figuras por su nombre. De hecho son muy puntillosos, generalmente recurren al uso de instrumentos geométricos para trazar con precisión. Hacen representaciones estereotipadas de las figuras, porque para ellos es muy importante el nombre, la precisión y la posición. Parecería que poseen una imagen mental de lo que es un cuadrado, la cual pueden reproducir gráficamente con exactitud: lados iguales, paralelos, ángulos rectos; pero cuando verbalizan solo hacen referencia a la primera propiedad. Si se nombra esa propiedad, ellos piensan exclusivamente en un cuadrado.

Para evolucionar en este aspecto proyectamos enseñar a estos niños a trabajar con figuras de análisis (dibujos a mano alzada, no trazados) y algunos objetos físicos como palitos, pajitas, cuerdas, que permitan explorar con mayor comodidad propiedades distintas de la medida.
Estaremos habilitados más tarde a cuestionar la validez de una propiedad, poniendo de manifiesto que una propiedad no es exclusiva de una figura y que se necesitan más propiedades para designarla.
Las situaciones de copiado de figuras, las de pedidos, el trabajo con legajos, la elaboración de clasificaciones inclusivas, pueden integrarse en una posible secuencia de trabajo para recorrer el camino del análisis intrafigural al interfigural; serán útiles también para avanzar desde la imagen mental a la comunicación.

En el segundo nivel de conceptualización encontramos trabajos de niños que identifican **el cuadrado** independientemente de la posición, ya que cuando se les pregunta por el nombre del cuadrilátero contestan que en todos los casos es un cuadrado.

Al igual que en el nivel anterior, estos niños construyen cuadriláteros a partir de los lados, pero conocen otras líneas notables como las alturas en los triángulos.

El trabajo de Constanza puede ser representativo de lo antedicho. Cuando le pedimos que explore cuántos triángulos se pueden construir utilizando el segmento “b” como lado y el segmento “a” como altura correspondiente a dicho lado, la niña encuentra las siguientes soluciones:



A juzgar por la representación que hizo, parece que posee una idea de lo que es la altura de un triángulo y que sabe que debe ser un segmento perpendicular a la base por el vértice.

Véase que Constanza usó regla y compás para dibujar la figura, por lo que puede decirse que conoce un procedimiento de construcción que es capaz de repetir cada vez que tiene que trazar un triángulo.

Sin embargo, solo halla un triángulo con las condiciones solicitadas; quizá esto se deba a que el conocimiento de un algoritmo de trazado, en el que primero se traza la base y luego los demás lados, le impide explorar otras posibilidades de existencia de la figura. Si explorara a partir del lado y de la altura, quizá podría haber encontrado otras soluciones.

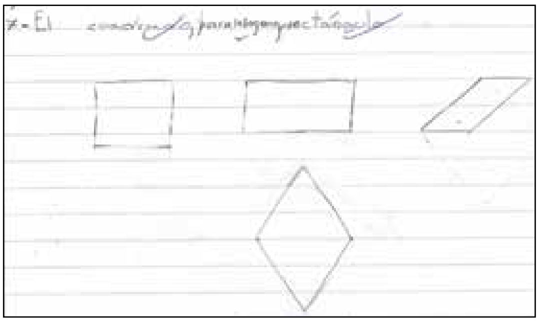
Los algoritmos de construcción y el uso que se hace de los instrumentos geométricos, se basan en algunas propiedades de las figuras. Tal vez, en este caso, el algoritmo y los instrumentos se convirtieron en un obstáculo para la exploración, porque están basados en unas propiedades que no son las que exige poner en juego esta situación (construir a partir de la base y de la altura).

El hecho de haber encontrado una sola figura, posiblemente esté ligado a la idea de que la altura debe cortar a la base en el punto medio. Obsérvese que en la hoja de Constanza aparece la construcción de un isósceles (en el cual la altura corta a la base en el punto medio) que fue borrado, probablemente porque la altura no cumplía con la medida dada.

Teniendo en cuenta lo que dejó escrito y lo que borró, podría decirse que la niña piensa que la altura interseca el lado por el punto medio y que, como si “alargamos” los lados perdemos la medida de la altura, hay una sola solución: el triángulo equilátero de 2 cm de lado.

Al igual que en el nivel anterior, proyectamos fortalecer el control que estos alumnos tienen sobre las figuras, liberándolos del trazado preciso y algorítmico para que puedan realizar exploraciones más exhaustivas, empezando por donde convenga, a partir de las propiedades que la situación demande: “diferentes formas de representación desarrollan diferentes destrezas cognitivas” (Eisner, 1998:77; citado en Fripp y Varela, 2012).
Asimismo tendremos que pensar propuestas que contradigan las “seudopropiedades” que manejan estos niños, a fin de que surja la necesidad de modificarlas, o cambiarlas por otras que permitan resolver nuevas situaciones.

En este segundo nivel de conceptualización encontramos niños que logran identificar la propiedad de congruencia de pares de lados, como característica de otras figuras diferentes del cuadrado. La respuesta de Ezequiel, frente a la consigna de buscar cuadriláteros con pares de lados opuestos iguales y cuatro ángulos iguales, resulta ilustrativa de este aspecto:



Ezequiel nombra las figuras que cree que cumplen con la condición dada y construye a partir de una de las propiedades: lados opuestos iguales, no respetando la congruencia de los cuatro ángulos. Su construcción dista de las del nivel anterior, ya que se realiza intentando cumplir con una propiedad, no con un algoritmo de trazado.

Véase que el niño ensaya una solución en la que encuentra cuatro figuras que cumplen con la condición de lados opuestos iguales; por eso es que decimos que construye cuadriláteros teniendo en cuenta congruencia de pares de lados.

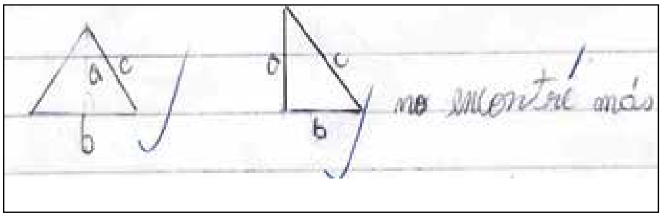
Pareciera que el solo hecho de advertir que 'pares de lados congruentes' es distinto de 'lados congruentes', le permite llegar más lejos en la exploración que los niños del nivel anterior (que solo lograban identificar el cuadrado como solución a la misma propuesta).

En líneas generales, las construcciones de los niños de este nivel revelan a un sujeto matemático en un medio que ya no es el espacio físico y sus objetos, sino un espacio conceptualizado, donde los dibujos tienen la función de representar. Pareciera también que priorizan algunas propiedades (que señalan con anotaciones), sobre el trazado (que es poco convencional).

Para avanzar desde este estadio de conceptualización proyectamos el abordaje de situaciones de pedidos y el trabajo con legajos, a fin de ampliar el reservorio de cualidades de las figuras que tienen estos niños, y extender ese conocimiento, que aparentemente está presente, de que las figuras comparten propiedades.

En el tercer nivel de conceptualización agrupamos las producciones de niños que identifican figuras independientemente de su posición en el plano, advirtiendo que la rotación no afecta sus propiedades; consideran la altura de los triángulos como segmento notable, exploran relaciones base-altura no exhaustivamente, consideran propiedades necesarias y suficientes de los cuadrados, identifican las diagonales de cuadriláteros como segmentos notables, y construyen e identifican cuadriláteros a partir de ángulos y lados.

Tomamos como modelo el trabajo de Aldana, para dar algunos ejemplos de las producciones de este nivel. Cuando se solicita que encuentren todos los triángulos que tienen al segmento "a" como altura y al "b" como base, la niña encuentra la siguiente solución:



Dos triángulos en los cuales la altura es perpendicular a la base, y prescinde de la intersección en el punto medio del segmento base.

La construcción no tiene indicios de que haya sido realizada con compás, por lo que podríamos considerar que la niña centró la construcción en la relación base-altura.

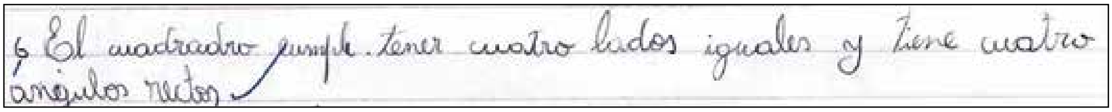
Decimos que realiza una exploración no exhaustiva porque solo encontró dos triángulos solución.

Quizá la razón de la no exhaustividad se deba a la que la niña respeta las "posiciones clásicas" de la altura en los triángulos.

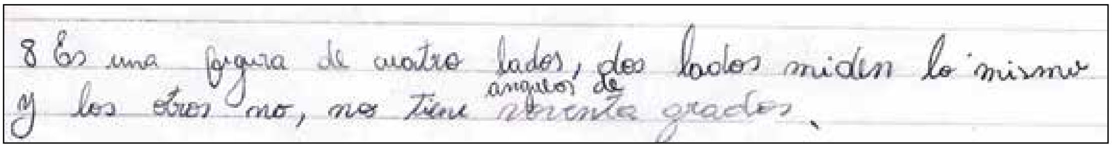
La existencia de dos soluciones también puede ser consecuencia del procedimiento que realiza la niña, una base y una altura para cada triángulo, donde queda clara la idea de perpendicularidad.

Tal vez los resultados no hubieran sido los mismos si hubiera trabajado en función de la idea de que existe una recta paralela a la que contiene al segmento "b", a una distancia "a", a la que pertenecen los infinitos vértices de los triángulos solución. Esto no significa que esperáramos que Aldana resolviera de esta manera, sino que pretendemos señalar que el concepto, el procedimiento y la solución a la que se arriba, están íntimamente relacionados; y que para hacer avanzar estas conceptualizaciones desde las dos soluciones que encontró Aldana, hacia las infinitas soluciones que tiene el problema, es necesario ampliar la noción de altura que tienen los niños, poniendo de manifiesto esa relación entre el vértice y la base, priorizando la noción de distancia entre paralelas.

Los trabajos de los niños de este nivel se diferencian de los anteriores al considerar propiedades necesarias y suficientes de cuadrados; citamos nuevamente el trabajo de Aldana:


6 El cuadradro cumple tener cuatro lados iguales y tiene cuatro angulos rectos

Quizá esto que sucede con el cuadrado es coherente con la habilidad de construir e identificar otros cuadriláteros a partir de propiedades; véase la respuesta que elabora la misma niña, cuando se le solicita que escriba instrucciones para construir la Figura “X”:


8 Es una figura de cuatro lados, dos lados miden lo mismo y los otros no, no tiene angulos de noventa grados.

Si no hacemos lectura transversal de las respuestas de Aldana, perfectamente podría pensarse que la definición que da del cuadrado es una especie de “eslogan”, aprendida de memoria, pero adviértase que la niña emplea las mismas propiedades para designar una figura conocida y una desconocida.

En otras palabras, Aldana conoce unos elementos de las figuras (lados y ángulos) y los emplea para controlarlas, más allá de los nombres; cada vez que se enfrenta a una figura, busca identificar: cuántos lados tiene, si son congruentes o no, y alguna cualidad en sus ángulos.

Estamos frente a un modo matemático de proceder, que discrimina en función de unas propiedades que conoce, empleando especies de esquemas que pueden variar de una figura a otra y que, por lo tanto, las definen.

Proyectamos entonces colocar a estos niños frente a figuras que no permitan ser valoradas con esas cualidades, a fin de que comiencen a buscar otro tipo de propiedades entre los elementos conocidos y otros nuevos elementos notables.

Dentro de este nivel encontramos trabajos similares al anterior, pero con la variante de que se querían dar localizaciones de los ángulos y lados que cumplían con determinadas propiedades. Así, en las descripciones aparecían palabras como arriba, abajo, derecha, izquierda. Estos remanentes espaciales pueden deberse a que estos niños poseen una concepción estática de los objetos geométricos y aunque saben que la rotación de la figura no altera su identidad, toman una posición de la figura como referente.

Lo antedicho significa que debemos ser cuidadosos en cuanto a la posición en que presentamos las figuras a los niños. Debemos intentar mostrar y trabajar desde múltiples posiciones, para poner en crisis esas nociones físicas que contradicen la visión dinámica de la geometría euclidiana.

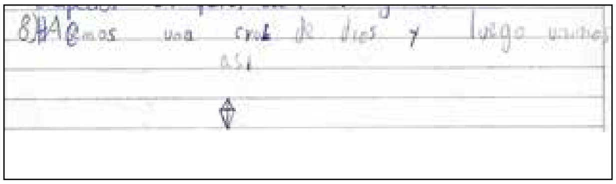
La respuesta de Aldana a la pregunta de cuál de las figuras no es un paralelogramo, estaría indicando que la niña se aproxima al concepto, pero aún no lo tiene del todo claro.

Aldana traza las rectas a las que pertenecen los pares de lados paralelos de las figuras y contesta “todos son paralelos”. Esto estaría indicando que Aldana comprende lo que son rectas paralelas y que piensa que las figuras que tienen lados paralelos son paralelogramos. Aparentemente estamos frente a la presencia de dos conceptos cuya génesis es distinta, y que la niña ha conectado, quizá por la similitud entre los nombres (paralelo – paralelogramo).

Sabe lo que es paralelismo, pero no le sirve para diferenciar entre figuras que tienen un par de lados paralelos y figuras con dos pares de lados paralelos.

Resignificar la noción de paralelismo en el contexto de las figuras, podría brindarle una utilidad a ese concepto de paralelismo que manejan los niños de este nivel, y de este modo estarían haciéndose de una nueva herramienta de control de figuras: la categoría paralelogramo/no paralelogramo.

En las producciones de los niños de este nivel encontramos algunas respuestas que estarían evidenciando que reconocen las diagonales como elementos notables de las figuras; obsérvese el trabajo de Maximiliano, cuando responde a la consigna de escribir las instrucciones para construir la Figura “X”.



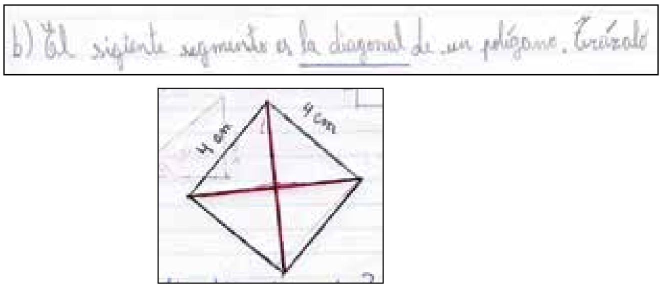
La figura de la propuesta es difícil de controlar por sus lados (no es suficiente decir que tiene lados diferentes, ni lados opuestos diferentes, ni lados iguales). Esta dificultad en los atributos de los lados estaría obligando a Maxi a reparar en otro aspecto: las diagonales.

La verbalización que hace de las propiedades de las diagonales es más “primitiva” de lo que veníamos observando en este nivel. El niño se enfrenta a una situación nueva y recurre a sus viejos conocimientos espaciales, que tienen algún parecido con la geometría.

Maximiliano busca un objeto físico que se parece a lo que necesita decir de las diagonales. “La cruz de dios” reúne unas cualidades que geométricamente pueden traducirse en: dos segmentos de distinta longitud, que están incluidos en rectas perpendiculares y que no se cortan en sus respectivos puntos medios.

Los niños de este nivel manejan propiedades de ángulos y segmentos. Para hacerlos avanzar, además de hacer que se apropien de nuevos elementos y propiedades, tendríamos que colocarlos en situación de considerar esas mismas propiedades que conocen, en función de la posición relativa de las diagonales.
Construir y caracterizar a partir de las diagonales puede ser una buena manera de favorecer la apropiación de este elemento notable y las relaciones que guarda con los demás elementos de la figura.

La aproximación a las diagonales y su relación con la figura también se hicieron presentes cuando solicitamos construir un cuadrilátero a partir de la diagonal. Seleccionamos la producción de Micaela, para ilustrar este aspecto.

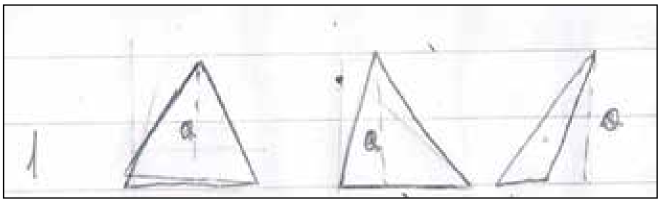


En una primera instancia, Micaela construye un cuadrado de 4 cm de lado y entrega su producción. Se le pide que marque con rojo las diagonales; la niña marca correctamente las diagonales, pero no le genera ningún conflicto que no midan 4 cm. Esto quiere decir que sabe que las diagonales de los cuadriláteros unen vértices opuestos, pero no sabe que puede construir la figura a partir de las mismas, ni que estas deben guardar una relación con los lados.

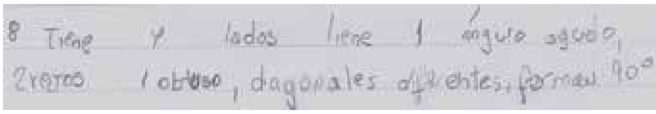
Consideramos que es posible avanzar en la conceptualización de las relaciones entre diagonales y lados, en la medida en que trabajemos las relaciones triángulo-cuadrilátero.
Habiendo explorado posibilidades de composición-descomposición de cuadriláteros con dos triángulos y analizado las relaciones interfigurales entre estos, estaremos en condiciones de preguntarles a los niños si las diagonales pueden medir lo mismo que los lados (en el caso de los cuadrados, esperaremos que nos contesten que no, porque el cuadrado está compuesto por dos triángulos isósceles y el lado diferente es la diagonal).

En el último nivel de conceptualización reunimos producciones que se diferencian de las del nivel anterior, por la forma de expresar geométricamente lo que saben, por el empleo de figuras de análisis para representar las propiedades a las también refieren verbalmente, porque clasifican paralelogramos/no paralelogramos y comparan propiedades de los lados y ángulos del cuadrado y del trapecio.

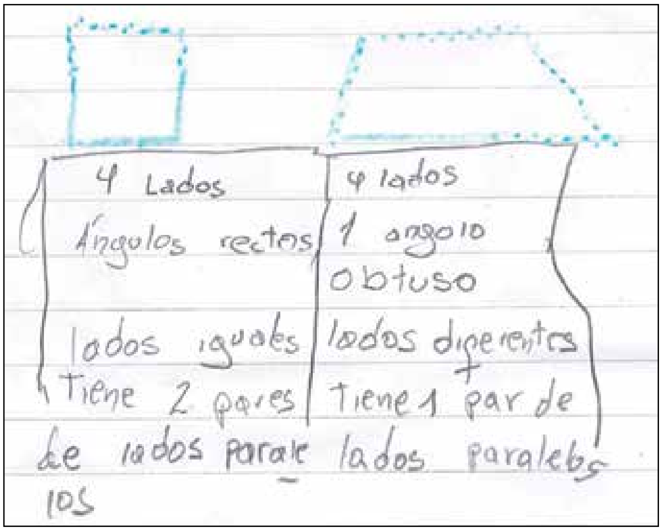
Tomamos el trabajo de Héctor como muestra de este nivel.



Vemos que en cuanto a la relación entre las alturas y las bases, los niños de este nivel llegan más lejos que los del estadio anterior; porque consideran la opción de que la altura pueda estar fuera de la superficie del triángulo.



Define teniendo en cuenta relaciones entre las diagonales.



Véase que el niño elabora dos figuras de análisis que emplea aparentemente como referencia, a partir de las cuales designa todas las propiedades que puede identificar en ese dibujo.

Estas dos últimas producciones de Héctor muestran que examina las figuras a partir de propiedades que involucran conceptos de congruencia y paralelismo, y ángulos (clasificados en relación al ángulo recto).

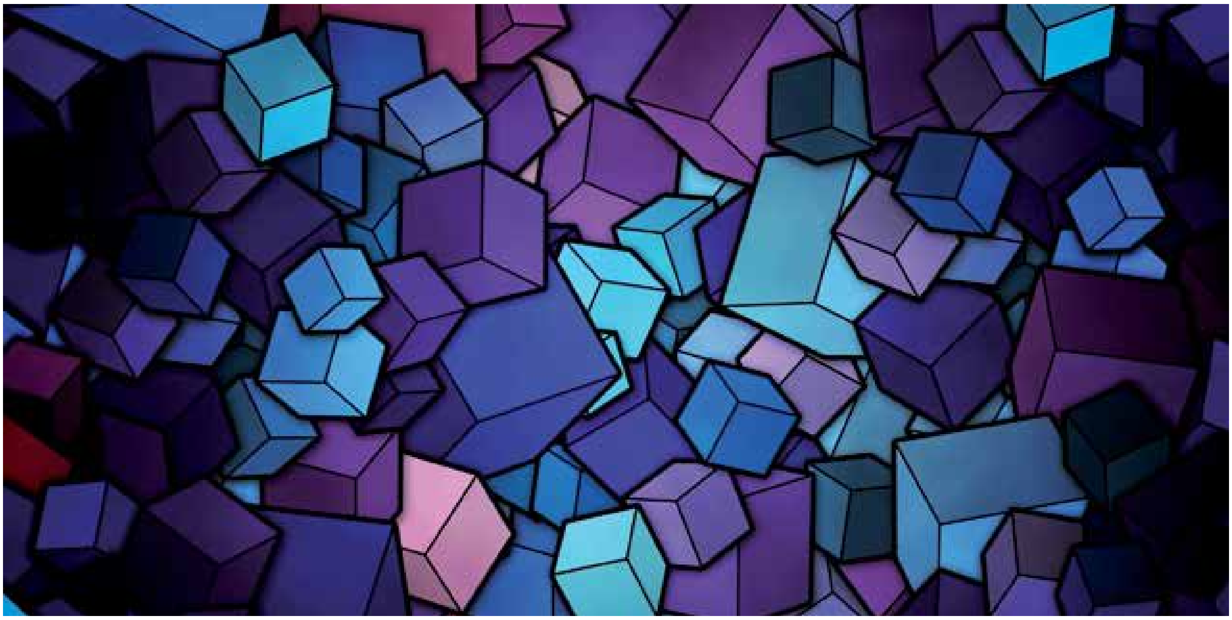
Confrontar estas producciones con las del nivel anterior puede significar un trabajo beneficioso en el que se hagan circular potentes estrategias de análisis de figuras, que permiten arribar a soluciones más completas.

Para avanzar desde este nivel de conceptualización proyectamos intervenciones que coloquen a los niños en problemas de construcciones geométricas, en los cuales bajo ciertas condiciones se favorezca la puesta en juego de nuevos elementos notables, propiedades y relaciones entre estos.

El trabajo con legajos y clasificaciones favorecerá la progresiva diferenciación sobre el alcance de dichas propiedades y aproximará a los alumnos a la valoración de la suficiencia y necesariedad de las mismas. Creemos que las mencionadas actividades promoverán la apropiación progresiva de propiedades, y para continuar avanzando en la conceptualización deberemos colocar a los niños en situación de analizar cuáles de dichas propiedades incluyen a otras, llegando finalmente al estudio de aquellas que son necesarias y suficientes para designar las figuras.

Las actividades de comunicación servirán de apoyo para poner en juego las anteriores conceptualizaciones, y beneficiarán la apropiación de un vocabulario básico que faculte para poner en palabras los conocimientos geométricos.

Estimamos que será importante incluir en nuestra secuencia de trabajo, problemas e intervenciones que favorezcan la argumentación centrada en razones geométricas, apoyando a los niños para que se apropien de nuevos procesos de validación, distintos de las verificaciones empíricas.



A modo de conclusión

El camino de la interpretación de las producciones de los niños puede resultarnos incierto, porque exige escudriñar los rastros del conocimiento que los niños dejan en el papel o leer entre líneas lo que dicen y lo que callan.

Sin duda, tenemos más certezas si abordamos la evaluación desde lo que el niño no sabe, pero cuando partimos desde allí, difícilmente podremos desarrollar propuestas de enseñanza que tiendan puentes para avanzar hacia el aprendizaje: simplemente porque no habremos considerado lo que el niño cree que es correcto.

Consideramos que los procesos de evaluación centrados en las producciones y los saberes de los niños nos acercan a los alumnos, ya que nos colocan en situación de pensar como ellos. En la medida en que acertemos en nuestras interpretaciones, podremos tomar decisiones que nos permitan ofrecerles propuestas problematizadoras, que interpelen los conocimientos inadaptados, validen los verdaderos, y animen a explorar y construir otros nuevos.

Bibliografía

ARANDA, Valeria; FINGER, Analía (2009): "Una secuencia de cuadriláteros para el segundo ciclo" en *(12)ntes, Digital para el día a día en la escuela*, Nº 3, Año 1, pp. 8-11. En línea: http://ecaths1.s3.amazonaws.com/novedadesdocentespsol/12ntes-digital-3.pdf

BROITMAN, Claudia; ITZCOVICH, Horacio (2001): "Orientaciones didácticas para la enseñanza de la geometría en la EGB". Documento Nº 3. Buenos Aires: Subsecretaría de Educación.

BROUSSEAU, Guy (1983): "Les obstacles epistémologiques et les problèmes en mathématiques" en *Recherches en Didactique des Mathématiques*, Vol. 4, Nº 2, pp. 167-193. Grenoble: La Pensée Sauvage, éditions.

CHAMORRO, María del Carmen (coord.) (2003): *Didáctica de las Matemáticas para Primaria*. Madrid: Pearson-Prentice Hall. Colección Didáctica Primaria. (Capítulo 11)

COLERA, José; GAZTELÚ, Ignacio; GARCÍA, Emilio (2000): *Matemáticas 1*. Madrid: Ed. Anaya. (Capítulos 10, 11 y 12)

FRIPP, Ariel; RODRÍGUEZ RAVA, Beatriz (2005): "Trazados sí… pero ¿cómo?... y, ¿para qué?" en B. Rodríguez Rava; M. A. Xavier de Mello (comps.): *El Quehacer Matemático en la Escuela. Construcción colectiva de docentes uruguayos*, pp. 70-79. Montevideo: FUM-TEP/Fondo Editorial QUEDUCA.

FRIPP, Ariel; VARELA, Carlos (2012): *Pensar geométricamente*. Montevideo: Grupo Magro editores.

ITZCOVICH, Horacio (coord.) (2007): *La Matemática escolar. Las prácticas de enseñanza en el aula*. Buenos Aires: Aique Grupo Editor. Colección: Carrera Docente. Serie: El abecé de... (Capítulo 6)

QUARANTA, María Emilia; RESSIA de Moreno, Beatriz (2007): "El copiado de figuras como un problema geométrico para los niños" en AA.VV: *Enseñar matemática. Números, formas, cantidades y juegos*, pp. 16-35. Buenos Aires: Ediciones Novedades Educativas. Colección 0 a 5, la educación en los primeros años (Tomo 56).

SANTOS GUERRA, Miguel Ángel (1995): *Como en un espejo*. Buenos Aires: Magisterio del Río de la Plata.

XAVIER DE MELLO, Ma. Alicia (2012): "Las producciones de los alumnos" en Revista *QUEHACER EDUCATIVO*, Nº 111 (Febrero), pp. 25-30. Montevideo: FUM-TEP.