

Problematizar la

Lucía Brusa Orozco | Maestra. Montevideo.

Con la colaboración del Grupo de Trabajo en Matemática de la Revista *QUEHACER EDUCATIVO*.

En el artículo anterior, “Aprender Geometría a través de las construcciones. Circunferencia y círculo” (Revista *QUEHACER EDUCATIVO* N° 115), se desarrollaron las primeras actividades de una secuencia cuyo objetivo es acercar a los niños al concepto de circunferencia como lugar geométrico. La secuencia continúa con una serie de actividades con las que se pretende que los niños puedan reinvertir la noción de circunferencia y círculo a partir de la resolución de problemas en los que intervienen otras figuras.

Actividad 1

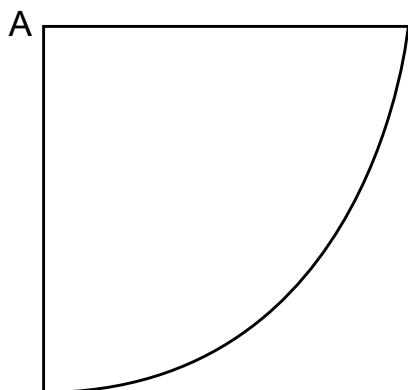
Propósito: reinvertir lo aprendido en relación a circunferencia y círculo.

Organización: individual.

Materiales: figura adjunta. Regla graduada y compás.

Consigna: “Para realizar un distintivo con este diseño se desea colorear:

- ▶ de amarillo, la parte que está a 5 cm de A;
- ▶ de azul, la parte que está a menos de 5 cm de A;
- ▶ de rojo, la parte que está a más de 5 cm de A.”



Observaciones sobre el trabajo y comentarios de los niños

- ▶ La mayoría del grupo lo resuelve correctamente.
- ▶ Algunos niños tienen dificultad para reconocer en A el centro de la circunferencia.
- ▶ “No se puede hacer porque no entra”.
- ▶ En algunos casos se observa dificultad en la manipulación de los instrumentos geométricos, especialmente el compás.
- ▶ Dudas en determinar el arco de la circunferencia, ya que varios pretenden trazar la circunferencia completa.

Durante la puesta en común se analizan las dificultades que enfrentaron y cómo las superaron. ¿Por qué algunos compañeros planteaban que no “entraba”? ¿Cómo estaba imaginando la figura ese niño? ¿Qué representa en la figura la medida 5 cm que aportó la consigna?

Durante el proceso, varios niños llegan a explicitar que “parte de la circunferencia estaba dentro del cuadrado y que A era el centro de la circunferencia”.

Actividad 2

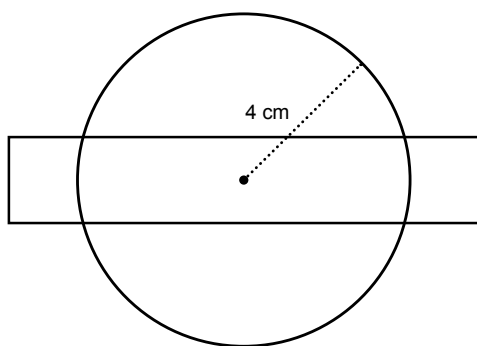
Propósito: reinvertir los conceptos de circunferencia y círculo.

En la actividad 1 se trataba de reconocer parte de la circunferencia y su radio incluidos en un cuadrado. Este caso presenta la totalidad de la circunferencia y es necesario identificar los puntos que comparte con el rectángulo y los que no.

Organización: individual.

Materiales: regla graduada, compás, fotocopia con la figura siguiente.

Geometría

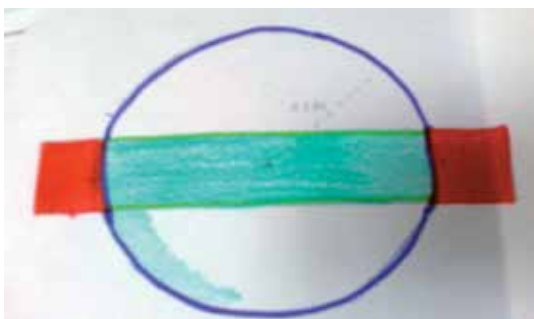


Consigna: “Vamos a realizar otro distintivo en el que hay que pintar todo el rectángulo. La circunferencia tiene 4 cm de radio. Las instrucciones para colorear el rectángulo son las siguientes:

- ▶ pintar de rojo, la parte del rectángulo que está a más de 4 cm del centro de la circunferencia;
- ▶ pintar de verde, la parte del rectángulo que está a 4 cm del centro de la circunferencia;
- ▶ pintar de amarillo, la parte del rectángulo que está a menos de 4 cm del centro de la circunferencia.”

Observaciones sobre los procedimientos de los niños

- ▶ Algunos niños pintan toda la circunferencia, sin considerar las intersecciones con el rectángulo.



- ▶ Otros pintan toda la circunferencia menos la parte que está incluida en el rectángulo.



- ▶ Muchos identifican perfectamente lo que solicita la consigna.

En la puesta en común se muestran las distintas soluciones y se discute en torno a los aciertos y a los errores:

- ▶ ¿Qué aspecto no tuvieron en cuenta los compañeros que pintaron toda la circunferencia?
- ▶ ¿Por qué creen que algunos compañeros pintaron la circunferencia menos la parte que está incluida en el rectángulo?
- ▶ ¿Qué elementos había que tener en cuenta para hacerlo correctamente?

Por medio de estas preguntas se intenta buscar que los alumnos reconozcan propiedades de la circunferencia y del círculo, y que estas posibiliten resolver el problema sin necesidad de medir, ya que el radio permite establecer las relaciones necesarias.

Las siguientes actividades que integran la secuencia pretenden que los niños puedan transmitir, a través de “pistas”, las instrucciones para construir figuras que ponen en juego las propiedades de la circunferencia.

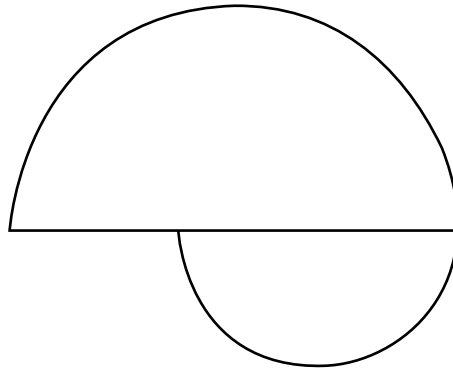
Es importante tener en cuenta que este tipo de actividades, llamadas de comunicación, exigen conocimiento suficiente acerca del concepto que se está trabajando de manera que puedan explicarlo para comunicarlo a otro compañero.

En estas actividades se trabaja en parejas y juegan dos contra dos, una dupla da las pistas y los otros deben trazar la figura. No se puede hablar, todas las preguntas y respuestas son por escrito.

Se busca así que relacionen las figuras, formulen procedimientos y construyan circunferencias a partir de instrucciones, reconociendo la necesidad de utilizar las propiedades de la circunferencia y expresándolas de un modo preciso.

Durante la actividad se realiza un cuadro para registrar el desarrollo del juego.

Actividad 3



Pistas	Preguntas	Respuestas
Son dos partes unidas por la misma figura pero de distinta medida.	No entendemos la pista.	Es fácil, son 2 partes que si cambiara su tamaño sería una figura concreta.
	No entendemos qué significa la palabra “parte”, ¿qué es parte? ¿Ángulos, lados, un diámetro?	Una de las figuras es un semicírculo que mide 6 cm de diámetro, aproximadamente.
	¿Hay otro semicírculo en algún lado?	No es un semicírculo el otro, pero es una parte de otra circunferencia, ¿entienden?
La figura parece una cuna de bebé.	No entendemos, pongan pistas inteligentes.	Pero parece una cuna.
	¿Es así? Muestran un boceto de la figura.	Sí, pero no coincide la medida.

Observaciones

Un grupo muestra la figura y a partir de ese momento se trabaja oralmente sobre cómo modificar las instrucciones dadas, qué otras se deberían haber dado para poder resolver el problema.

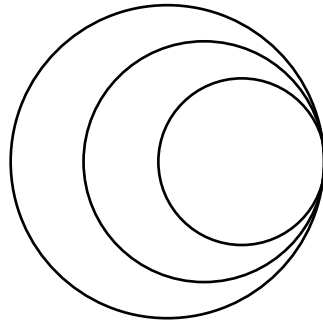
Puesta en común

Una vez terminada la actividad se analizan las dificultades que encontraron para poder representar la figura y se concluye en la necesidad de ser cada vez más específicos en las instrucciones y pistas geométricas.

Una de las dificultades identificadas por los alumnos es la falta de pistas con respecto a dónde hacer centro con el compás y cómo trazar la figura. Si bien para quienes dan las pistas la figura parece sencilla, para quienes debían trazarla resultaba difícil relacionar las instrucciones con el trazado de las mismas y la falta de información en cuanto al radio de las figuras.

Actividad 4

En esta oportunidad se invierten los roles, los niños que dieron las pistas en la actividad anterior serán quienes deban trazar la figura a partir de la información que reciban de la otra dupla.



Pistas	Preguntas	Respuestas
Son tres figuras iguales, una adentro de la otra.	¿Es una figura con vértices?	No.
Tienen un punto en común.	¿Son círculos?	Sí.
	Es así:	No, porque están unidas.
	¿Así?	No, pero están cerca.
Parece una luna llena y dos que son como media luna.	¿Cómo lunas? No entendemos.	Las figuras tienen un punto en común, se tocan.
	Maestra, ¿podemos decirle algo sobre el diámetro y el radio?	Sí, respondo.
La circunferencia más grande tiene 4 cm de diámetro, otra circunferencia tiene 3 cm, y la otra, 2 cm de diámetro. La de 3 cm está entre la grande y la chica, es como la del medio.	¿El radio de la más grande es el diámetro de la más chica? <i>Determinan figuras bastante cercanas al original por medio de construcciones con regla y compás, o con dibujos a mano alzada.</i>	Sí. ¡Llegaron!

Puesta en común

Se plantean las dificultades encontradas para trazar la figura y se muestran los distintos bocetos, dibujos y trazados realizados.

A partir del trazado de las figuras en el pizarrón se busca que los niños puedan establecer relaciones entre los radios y los diámetros de las circunferencias.

Nuevamente se pone énfasis en la importancia de las instrucciones claras y completas, en el uso del lenguaje y de términos geométricos.

Sobre la base de instrucciones más claras y precisas, seleccionadas por el grupo, se traza la figura en el pizarrón.



La circunferencia en la construcción de triángulos

Las siguientes actividades están orientadas a que los alumnos puedan reconocer y usar las propiedades de la circunferencia que han analizado previamente, en la construcción de triángulos.

Se divide la clase en 6 grupos de 5 integrantes cada uno. Se reparten las tres propuestas y se aclara que tienen que usar el compás para construir las figuras indicadas.

Propuesta 1: tres segmentos de distinta medida.

Propuesta 2: dos segmentos congruentes.

Propuesta 3: un segmento y se indica que los tres lados deben ser iguales.

Construcción de triángulos

Materiales: compás, regla graduada.

Propósito: vincular la circunferencia en la construcción de triángulos.

Propuesta 1: tres segmentos no congruentes.

Propuesta 2: dos segmentos congruentes.

Propuesta 3: un segmento para determinar un triángulo con sus tres lados iguales.

Observaciones

Una vez que cada equipo tiene su propuesta se explicita que es obligatorio el uso del compás para trazar los triángulos.

G: *–Ah, ¿tenemos que hacer triángulos con palmeritas?*

Maestra: *–¿Qué palmeritas?*

B: *–Eso que queda arriba del triángulo, maestra, es como una palmerita.*

Se observa que los niños trazan, sin compás, los triángulos, y luego añaden “la palmerita” como si esta fuera parte del triángulo, pero que se agrega posteriormente.

Cuando se les solicita que expliquen por qué dibujan “la palmerita”, algunas de las respuestas fueron:

–Porque me lo enseñaron así.

–No sé, pero sé que hay que poner la “palmerita ahí”.

–Yo qué sé, maestra, pero es así.

Maestra: *–¿Qué instrumento van utilizar para trazar los triángulos según las indicaciones?*

C: *–Compás y regla.*

Maestra: *–¿Qué figura, en otras actividades, han determinado con el compás?*

L: *–¡Circunferencias!*

N: *–Ya sé, no son palmeras, es una partecita de una circunferencia, ¿no, maestra? (dice con cara de sorpresa).*

Maestra: *–Prueben.*



G: *–Es una parte de la circunferencia, es donde se corta lo que parece una palmerita.*

M: *–Entonces, ¿qué es lo que te permite trazar el triángulo?*

G: *–¿Las circunferencias? (pregunta no muy convencido)*

N: *–Ah, son dos circunferencias que se cortan.*

Maestra: *–¿Cómo podemos estar seguros que estamos trazando un triángulo con tres lados iguales a partir del trazado de circunferencias?*

C: *–¿Puede ser que el lado del triángulo sea el radio de la circunferencia?*

G: *–El segmento es el radio de las dos circunferencias.*

N: *–Si es el radio siempre va a medir lo mismo y por eso vamos a poder trazar un triángulo con los tres lados iguales.*

Ante la intervención logran nuevos trazados utilizando, ahora sí, los instrumentos geométricos, y estableciendo relaciones entre la circunferencia y el triángulo.

Se les propone rehacer la actividad teniendo en cuenta la discusión y el intercambio en torno “a la palmerita o moñita”.

El grupo plantea que es más fácil partir de un solo segmento sabiendo que los lados deben ser congruentes. Cuando se les pregunta por qué es más fácil, se da el siguiente diálogo:

C: *–Porque el segmento que nos dieron es el radio de la circunferencia.*

M: *–¿Qué tiene que ver el radio de la circunferencia y el lado del triángulo?*

C: *–El radio de la circunferencia va a ser uno de los lados.*

M: *–No entiendo.*

C: *–Mirá (se levanta, toma el compás del pizarrón y traza primero el segmento).*



C: *–Ves este segmento; ahora mirá cómo es el radio de la circunferencia (traza la circunferencia haciendo centro en A).*

C: *–Ahora hacés lo mismo pero del otro lado, y las dos circunferencias se van a cortar en un punto (traza haciendo centro en B).*

C: *–Y acá es donde se cruzan los otros lados, es como otro punto del triángulo.*

La niña traza el triángulo equilátero tomando uno de los puntos de intersección y nomina el punto de intersección con la letra C.

N: *–Pero se puede hacer otro triángulo con el otro punto donde se cortan las circunferencias (pasa y lo traza en el pizarrón).*

G: *–¡Maestra hay un cuadrilátero, yo veo un rombo!*

Maestra: *–¿Cómo determinamos estas figuras?*

C: *–Con el compás, ahora podemos hacer triángulos con el compás.*

G: *–Y otras figuras, como el rombo.*

Maestra: *–¿Y entonces qué es “la moñita” o la “palmerita”?*

M: *–Son las circunferencias que se cortan y te dan el otro punto para hacer el triángulo.*



Darle sentido a la “palmerita” o “moñita” significó para los niños analizar y poder explicar procesos de construcción. Para profundizar en el análisis de triángulos a partir de circunferencias se realizaron actividades de búsqueda de tesoro con distintas condiciones.

- Dados dos puntos A, B, a 10 cm de distancia entre sí:
- 1) Encontrar el tesoro que está a 10 cm de A y a 10 cm de B. Rápidamente encontraron los dos puntos de intersección como los posibles lugares donde se podía encontrar el tesoro.
 - 2) El tesoro se cambió de lugar y está a 10 cm de A y a 7 cm de B.
En esta actividad, una niña traza el triángulo determinado a partir de la intersección y dice: *–¿Maestra, cómo se llamaban los triángulos con dos lados iguales y otro distinto? Porque ahora ya sé cómo trazarlo.* Cuando se responde “isósceles” comienza a mostrarle a sus compañeros cómo encontró el isósceles a partir de la búsqueda “del tesoro”.
 - 3) Por último, se plantea una actividad en la cual el tesoro está a 3 cm de A y a 5 cm de B (manteniendo la distancia de 10 cm entre ambos puntos).

Una vez que trazaron las dos circunferencias, algunos niños plantean que algún dato está mal porque no pueden encontrar el tesoro; otros dicen que debe estar en la zona que queda determinada entre las dos circunferencias.

Cuando se les vuelve a plantear que hay que encontrar posibles lugares donde puede estar el tesoro, se da el siguiente intercambio:

Celina: *–Entonces no está en ningún lado porque nunca se van a cortar las circunferencias.*

Maestra: *–¿Por qué no hay solución?*

Alejandro: *–Porque la suma de los radios de las circunferencias es menor que la distancia entre A y B.*

La secuencia continúa con la construcción de triángulos a partir de sus lados. De esta forma buscamos tensionar algunas ideas de los niños, que en ocasiones no les permitían establecer relaciones entre figuras.

Cuando los niños encontraron explicaciones a algunas acciones que hacían sin saber por qué (por ejemplo, “la palmerita”) se mostraron muy entusiasmados por continuar buscando relaciones entre las figuras y dar explicaciones a sus trazados. 