



# Aprender Geometría a través de las construcciones

## Circunferencia y círculo

Lucía Brusa Orozco | Maestra. Montevideo.  
Con la colaboración del Grupo de Trabajo en Matemática  
de la Revista QUEHACER EDUCATIVO.

Enfrentados a los contenidos programáticos de Geometría, los docentes nos hacemos varias preguntas. Algunas de ellas tienen que ver específicamente con la enseñanza de la Geometría y con el tipo de actividades a proponer a los alumnos. Otras se vinculan con los contenidos en sí mismos y con las relaciones a establecer entre esos contenidos. También surgen preguntas en relación a los instrumentos geométricos, tanto respecto a la pertinencia de enseñar su uso como a la mejor forma de hacerlo.

En esta oportunidad nos preguntamos acerca del potencial de las construcciones geométricas y, en particular, en lo tocante al potencial del compás al momento de enseñar *circunferencia* y *círculo*.

La secuencia desarrollada en el presente artículo es un recorte que pretende abordar el aprendizaje de algunos conceptos geométricos, a partir del análisis de las construcciones y del rol que cumplen los instrumentos en las mismas.

En la escuela, habitualmente, estos aspectos se trabajan en forma separada. Por un lado se describen las figuras, se las nombra, se enumeran sus propiedades y, por otro lado, se enseña el algoritmo de construcción para trazarlas.

Asimismo, las relaciones interfigurales que están presentes en las construcciones no son objeto frecuente de estudio, sino que, en general, se obvian o se desconocen. En consecuencia, el trazado se convierte para los alumnos en un algoritmo vacío de contenidos geométricos, que solo debe memorizarse.

Ejemplo de ello es la escasa vinculación que se establece entre las propiedades de la circunferencia en la construcción de polígonos. De hecho, en virtud de que no se analiza la función que cumplen los “arcos de circunferencia” utilizados para construir triángulos, rectángulos, cuadrados, rombos, etc., muchos alumnos “ven” en esos arcos, una cruz o un elemento decorativo.

Dado que la extensión prevista para este artículo no permite abordar todos los aspectos mencionados, la construcción de polígonos quedará como objeto de un trabajo posterior.

Raymond Duval (2003) realiza una clasificación de las actividades geométricas según el papel que cumplen las figuras en estas propuestas y las acciones que deben realizar los alumnos. Las actividades que serán objeto de nuestro análisis son —en este contexto— actividades de construcción.

## ¿Cuál es el potencial de las actividades de construcción?

El autor mencionado sostiene que las actividades de construcción son la entrada necesaria a la geometría. En ellas, el instrumento geométrico tiene un lugar importante, ya que la figura geométrica tiene necesariamente que poder ser construida, ya sea con el instrumento como guía o como sustituto del movimiento de la mano. Es decir, el uso de cada instrumento conlleva una serie de pasos cuyo orden generalmente debe ser respetado, y moviliza determinadas propiedades geométricas. El cambio de instrumento implica el uso de propiedades geométricas diferentes. De esta manera, las propiedades adquieren una importancia esencial en el proceso geométrico que desarrollan los alumnos. La razón para esta condición es: «*Por la regularidad que se impone al movimiento del trazado, y por tanto por la invarianza visual que se introduce en el trazado, un instrumento permite producir una forma visual que tiene una propiedad geométrica y esta forma visual constituye la primitiva del instrumento. Así, el trazo recto o un redondel regular para los instrumentos clásicos son la regla (no graduada) y el compás*» (Duval, 2003).

En otras palabras, la utilización del instrumento da la posibilidad de experimentar determinadas propiedades geométricas, y esas propiedades son experimentadas por el alumno como condiciones de construcción.

Esta revisión que nos planteamos requiere de un trabajo sistemático a través de una variedad de actividades que formen parte de una secuencia. Para ello tomamos como referencia el siguiente trabajo: *Matemática. Documento de Trabajo N° 5. La enseñanza de la Geometría en el segundo ciclo.*

A partir de la adaptación que se realizó de dicha secuencia, se describirán brevemente las actividades iniciales y se profundizará en el análisis de la cuarta actividad.

## Actividad 1

### Propósito

Usar el compás como instrumento para trazar circunferencias y arcos de circunferencia.<sup>1</sup>

### Consigna oral

Mediante el uso de regla y compás tienen que copiar los dibujos en la hoja blanca. No pueden calcarlos. Cuando terminen tienen que superponer sus dibujos con los originales. En caso de que no hayan quedado iguales, intenten analizar lo sucedido para poder rehacerlo.

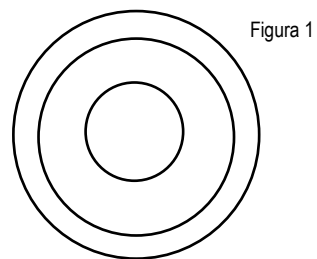


Figura 1

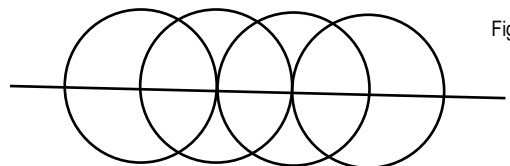


Figura 2

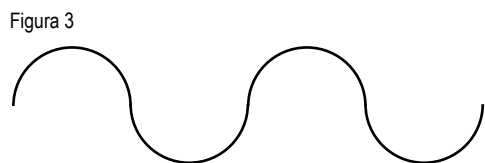


Figura 3

### Materiales

Una hoja blanca, regla graduada y compás.

### Algunos comentarios y observaciones a partir del trabajo de los niños

#### Figura 1

A: –“*Para trazar tuvimos en cuenta que todas tenían el mismo centro.*”

Un niño buscó la distancia entre las circunferencias ubicando, al tanteo, el centro para encontrar los radios de cada una.

Para encontrar el centro de la circunferencia un alumno plegó el círculo por un diámetro y luego por otro perpendicular a este.

<sup>1</sup> En esta actividad no se pretende dar nombre a las figuras.

Figura 2

F: –“Lo primero que hicimos fue la recta para marcar la mitad del círculo.”

G: –“Medí la distancia entre el punto que corta la recta y el punto de la segunda porque me parece que ahí está el medio.” (Midió la distancia entre las dos primeras intersecciones de las circunferencias con la recta).

D: –“¿Me ayudas a calcular ‘el coso’ del medio?”

Figura 3

Algunos trazaron una recta y a partir de allí hicieron los semicírculos. Los que no hicieron la recta como apoyo, encontraron mayor dificultad para construir la figura. Muchos, al observar el procedimiento de sus compañeros, optaron también por trazar la recta.

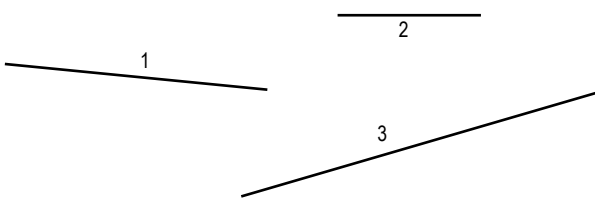
## Actividad 2

### Propósito

Utilizar el compás como instrumento para transportar la longitud de un segmento.

### Consigna

En esta hoja hay dibujados tres segmentos. En la hoja en blanco, ustedes tienen que dibujar tres segmentos de la misma longitud de los que reciben. No es necesario que los dibujen en la misma posición. Para hacerlos pueden usar estas reglas (reglas no graduadas) y el compás.



### Materiales

Una hoja lisa con tres segmentos numerados, hoja en blanco, regla no graduada y compás.

### Algunos comentarios y observaciones a partir del trabajo de los niños

Cuando se aclaró que la regla era no graduada y que no podían doblarla o marcarla para graduarla artesanalmente, muchos niños plantearon que no se podía hacer, que sin medir era imposible.

Un grupo de niños comenzó a probar con el compás, haciendo centro en uno de los extremos del segmento y tomando la distancia al otro extremo. Al no utilizar una recta como soporte no lograban realizarlo.

Natalia plantea al grupo: –“¿Y si primero hacemos una recta con la regla no graduada y después medimos con el compás y ahí lo pasamos a la otra recta?” Todos utilizan el procedimiento explicado por su compañera.

Al finalizar la actividad se les pregunta para qué creen que les sirvió la propuesta de Natalia, y algunas de las respuestas fueron: –“Para usar mejor el compás.” –“Para aprender a pasar de un lado a otro una recta.” –“Para trazar círculos.” –“Para copiar un círculo y pasarlo a otra hoja.”

Esta primera fase se cierra con el registro de las observaciones realizadas por los alumnos.

En las siguientes actividades de la secuencia, el propósito es **comenzar a caracterizar a la circunferencia y al círculo como figuras geométricas**.

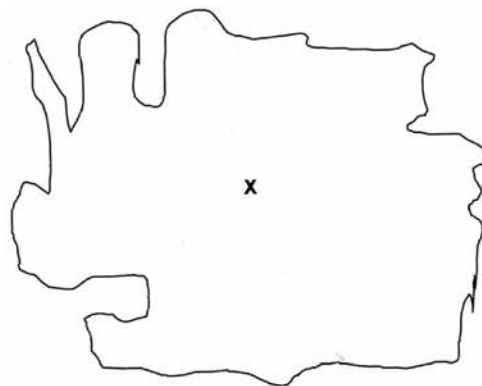
## Actividad 3

### Propósito

Definir la circunferencia como conjunto de puntos que equidistan de un centro.

### Consigna

Señalar la ubicación del tesoro de los piratas, sabiendo que está a 5 cm de la x.



### Materiales

Dibujo que representa la pantalla de un juego de computadora denominado “Los Piratas”, compás y regla graduada.

### Algunos comentarios y observaciones a partir del trabajo de los niños

Aunque era esperable que algunos niños comenzaran a hacer segmentos de la medida establecida y que los extremos de estos fueran determinando la circunferencia, la intervención de una alumna que afirmó que el tesoro podía estar en cualquier lugar de la circunferencia bloqueó este procedimiento.

Un grupo de niños trazó un segmento de 5 cm en una hoja borrador, y luego la circunferencia haciendo centro en  $x$ . El punto de la circunferencia se eligió con distintos criterios:

M: –“Un pirata escondería el tesoro en un lugar difícil, por eso para nosotros tiene que estar en un lugar que sea como una colina o una cueva.”

–“Para mí puede estar en cualquier punto que esté a 5 cm de la  $x$ ”, señaló un niño, y sus compañeros le respondieron: –“No puede ser así, tiene que estar en un solo lado”.

Ante la discusión, otra niña planteó estar de acuerdo y añadió: –“Es como dice él porque no aclara que está en un lugar, lo que sabemos es que es a 5 cm, así que nos faltaría algún otro dato para encontrar el tesoro, puede estar en cualquier lado”.

De esta manera comenzamos a aproximarnos a la caracterización de la circunferencia.

### Actividad 4

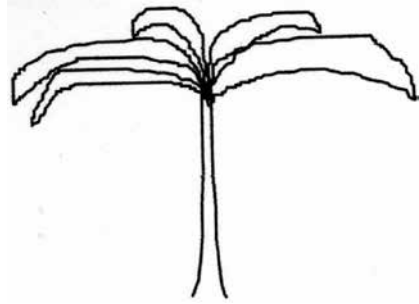
#### Propósito

Definir el círculo como conjunto de puntos, cuya distancia a un centro es menor o igual que el radio.

#### Consigna

En esta oportunidad tenían que encontrar la zona que está a 2 cm o menos de la base de la palmera, ya que esa era una zona no conveniente para que se sentaran los piratas, porque allí caían muchos cocos.<sup>2</sup>

<sup>2</sup> Es importante aclarar que hasta el momento no se han nombrado ni el radio ni el diámetro como elementos de la circunferencia.



#### Materiales

Dibujo, regla graduada y compás.

#### Organización de la clase

Trabajo individual.

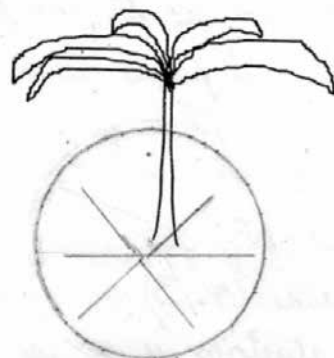
#### Procedimientos posibles

- ▶ Determinar un punto a 2 cm de la base.
- ▶ Trazar varios puntos a 2 cm de la base.
- ▶ Trazar radios de 2 cm de longitud a partir de la base de la palmera.
- ▶ Trazar una circunferencia de 2 cm de radio con centro en la base de la palmera y señalar algunos puntos interiores.
- ▶ Igual al anterior, señalando la circunferencia.
- ▶ Trazar circunferencias concéntricas y marcar puntos en ellas.
- ▶ Trazar una circunferencia de 2 cm de radio y otra de 1 cm de radio, y marcar puntos en ellas.
- ▶ Determinar una circunferencia de 2 cm de radio y señalar puntos interiores.
- ▶ Determinar la circunferencia de 2 cm de radio, y señalar círculo y circunferencia.

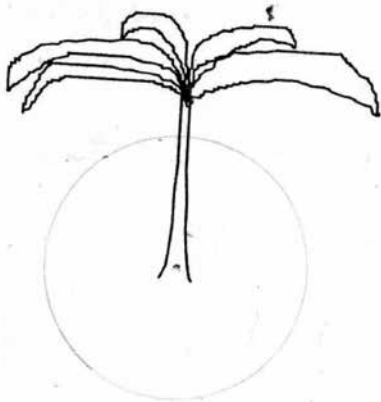
### Algunos comentarios y observaciones a partir del trabajo de los niños

Un niño preguntó: –“¿Para arriba? ¿Para abajo?”

Tal como se había previsto, algunos usaron regla para medir 2 cm desde la base en distintas direcciones.

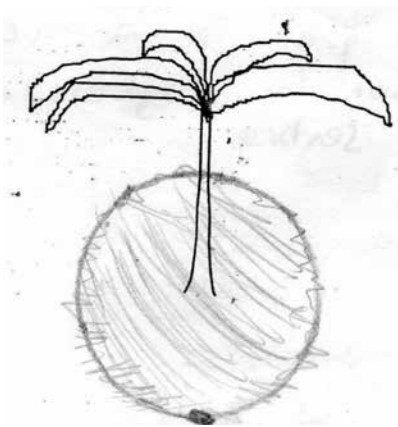


C. S. buscó un punto medio en la base de la palmera y lo utilizó como centro de la circunferencia de 2 cm de radio.

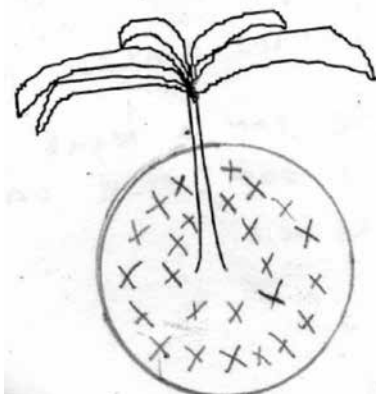


L. A. apoyó la regla en la base de la palmera, midió 2 cm y siguió pensando. Solo apoyó la regla, no trazó.

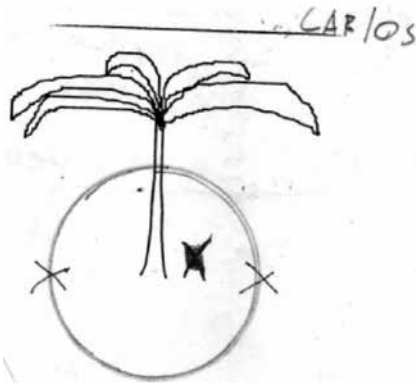
A. M. trazó la circunferencia haciendo centro en la base de la palmera y luego pintó la zona en la cual no deberían sentarse los piratas.



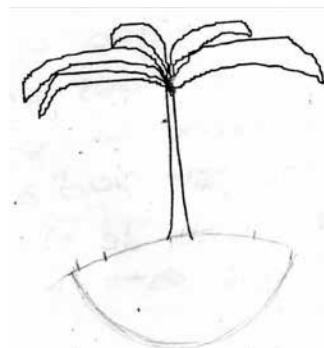
F. G. trazó la circunferencia sin dificultad e hizo puntos en el interior.



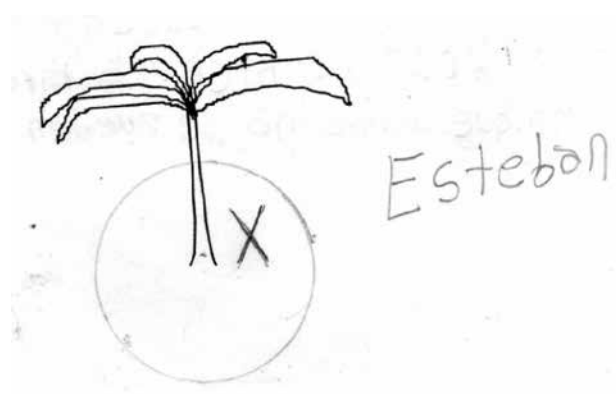
Carlos trazó una circunferencia ubicando su centro en la base de la palmera, señaló dos puntos de la circunferencia que parecían haber sido realizados después de la circunferencia. Además, agregó un punto en el círculo para determinar donde podrían caer los cocos.



Otros niños trazaron un segmento de 2 cm y luego lo consideraron como radio de una circunferencia, así quedó trazado un semicírculo. Suponemos que en este caso tomaron el radio de 2 cm determinando un diámetro de 4 cm.



Esteban trazó la circunferencia y marcó un punto para determinar que ese era el lugar donde no podían sentarse los piratas.



## Puesta en común

Al analizar las producciones de los niños se puede apreciar que la circunferencia trabajada en la Actividad 3 tiene mucha fuerza. La gran mayoría de los niños comienza por trazarla, incluso quienes hicieron el primer dibujo donde aparecen varios segmentos de 2 cm. En este caso trazan los segmentos en forma de “rayos” y luego intentan que la circunferencia los incluya.

Una parte importante del grupo plantea que es necesario determinar dónde pueden sentarse los piratas, considerando que deben indicar un lugar específico, como en los casos de Esteban y Carlos. Este último marcó dos puntos sobre la circunferencia, lo que nos hace suponer que considera que esos son los posibles lugares para que los piratas se sienten. Cuando se les preguntó por qué realizaron dos marcas o dos puntos contestaron: –“Porque es ahí donde pueden sentarse los piratas”.

A partir de los procedimientos desarrollados surge la siguiente pregunta: los niños que pintaron el círculo o marcaron muchos puntos, ¿están incluyendo los puntos de la circunferencia en el círculo? Cuando se indaga en torno a ello, las respuestas son variadas. Mientras algunos de los alumnos dicen que incluyen los de la circunferencia, otros plantean que son solo los “de adentro”.

La discusión se plantea en relación a los trabajos de quienes hicieron un solo punto o dos, confrontando con los que hicieron muchos, o el niño que pintó el círculo buscando favorecer y ampliar la comprensión conceptual.


Por otra parte, los procedimientos de los niños que cumplieron con la distancia sugerida, pero trazaron solo un semicírculo, son puestos a discusión y se comparan con el resto de las producciones para fundamentar la elección de las más ajustadas a la consigna.

## Institucionalización

Para cerrar la actividad se les pregunta a los alumnos:

**¿Cómo podemos identificar el espacio donde no se pueden sentar los piratas?**

- Estas son algunas de las respuestas:
- “Es una línea curva que tiene miles de puntos.”
  - “Son miles de puntos que miden lo mismo desde el punto medio.”
  - “Es un conjunto de miles de puntos a la misma distancia.”
  - “Son todos los puntos que están a la misma distancia del centro.”
  - “Son muchas líneas curvas adentro de la circunferencia.”
  - “¿Viste la circunferencia?, es todo lo de adentro.”
  - “Son miles de puntos a cualquier distancia dentro de la circunferencia.”
  - “Es un conjunto de puntos a distinta distancia de la circunferencia.”
  - “Es el conjunto de puntos que están a menos distancia de la circunferencia.”
  - “No se pueden sentar ni en la circunferencia ni adentro de la circunferencia.”

Como planteamos al inicio del artículo, las actividades referidas integran una secuencia que consta de cuatro partes. A partir de estas propuestas en las que los alumnos se acercan al concepto de circunferencia como lugar geométrico, se propone una nueva serie de actividades que llevan a la construcción de triángulos. Consideramos que quizás sea esta una buena forma de atribuir significado a los “arquitos” que los alumnos determinan al trazar figuras sin reconocer, muchas veces, la justificación de ese algoritmo de trazado en las propiedades de la circunferencia. 

## Bibliografía

- DUVAL, Raymond (2003): “Como hacer que los alumnos entren en las representaciones geométricas. Cuatro entradas y... una quinta” en M. del C. Chamorro Plaza (ed.): *Números, formas y volúmenes en el entorno del niño*, pp. 159-188. Madrid: Ministerio de Educación y Ciencia. Secretaría General de Educación / Instituto Superior de Formación del Profesorado. Colección Aulas de Verano.
- SADOVSKY, Patricia; PARRA, Cecilia; ITZCOVICH, Horacio; BROITMAN, Claudia (1998): *Matemática. Documento de trabajo N° 5. La enseñanza de la geometría en el segundo ciclo*. Buenos Aires: Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires. Secretaría de Educación. Subsecretaría de Educación. Dirección General de Planeamiento. Dirección de Currícula.