

La enseñanza de la resta (II)

Sobre la fabricación de obstáculos didácticos para el aprendizaje de la sustracción

Andrea Di Biase / Andrés Ambrosio | Maestros. Montevideo. Integrantes del Equipo de Investigación en Didáctica de la Matemática de la Revista *QUEHACER EDUCATIVO*.

Presentación

En el número anterior de esta publicación analizamos el problema de los significados más comunes de la resta y las relaciones numéricas que allí se ven involucradas, al tiempo que identificamos ciertos fenómenos relativos a la planificación de la enseñanza, que alojan una dificultad intrínseca: provocar el reforzamiento de un modelo de sustracción del que luego resulta muy difícil desprenderse. Evidentemente, esta dificultad viene a ser un producto, más o menos directo, de la asunción de determinadas características en la configuración de un accionar didáctico para la enseñanza de las operaciones, entre las que se pudo distinguir: la fuerte apuesta al cálculo numérico mediante procedimientos algorítmicos, el incremento de los dominios numéricos con los que se debe operar, como sinónimo de aumento de la complejidad, y la ausencia de alternancia de las relaciones numéricas a las que el problema da lugar.

En esta oportunidad, la idea es observar la manera como este último ingrediente puede convertirse en una verdadera “piedra en medio del camino”, jugando el papel de obstáculo para la comprensión de nuevas y más complejas relaciones

matemáticas. En definitiva, intentaremos elucidar el modo como estos significados, que resultan ser los más comunes o naturales, y que en apariencia no entrañan peligro alguno, pueden hacer las veces de “un potente misil lanzado, de lleno, contra el edificio de la conceptualización que intentan levantar nuestros niños”. Y, para ello, proponemos pensar el problema desde el interior de una situación diseñada, específicamente, para el trabajo con uno de los modelos que comúnmente quedan por fuera del abordaje didáctico; actividad esta que se desarrollara, también, en el marco de las indagaciones emprendidas por el Equipo de Investigación en Didáctica de la Matemática de esta Revista.

Ahora bien, para dar cumplimiento al propósito manifiesto, adoptaremos, en esta segunda parte del trabajo, una modalidad de presentación algo diferente: lo primero será establecer en qué consistió esta situación a la que hacíamos referencia líneas arriba y, puesto que ahora no nos servirá más que como herramienta de análisis, conforme se exponga lo que allí sucedió, iremos situando el foco de nuestras preocupaciones sobre aquellos aspectos que puedan dar respuesta al problema planteado.

La dificultad “en los zapatos del conocimiento”

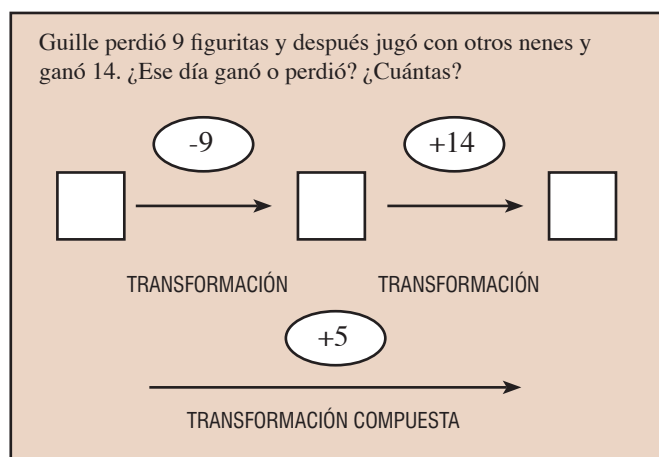


Fig. 1: Situación de sustracción, poco frecuente, que involucra dos transformaciones elementales, de signo contrario, que se componen para dar lugar a una tercera transformación, positiva.

Esta es la consigna que fuera planteada, el pasado año, a alumnos de primer año, con el objetivo de trabajar un significado, poco común, de la resta: una situación que involucraba la composición de dos transformaciones de signo contrario. Si bien la actividad se desarrolló sobre el último tramo del año, los números involucrados no eran elevados. Con esto se pretendía dejar fuera la complejidad propia del cálculo escrito e, incluso, la necesidad de movilizar repertorios de cálculo memorizado, estrategias de desagregado, compensación, etc., más ligadas al cálculo pensado. De modo que con esta elección que habilitaba la resolución mediante conteo o sobreconteo, se buscaba que los alumnos centraran la atención, específicamente, sobre las relaciones que se establecían entre los datos. Asimismo, el contexto en el que se presentaba el problema no agregaba elementos de importancia en cuanto a un posible aumento de la dificultad de la situación, que distorsionara aquello a lo que se apuntaba.

Al enfrentarse a esta situación, un grupo de alumnos planteaba que Guille, ese día, había ganado 23 figuritas. Evidentemente eran conscientes de que lo que debían encontrar era la transformación compuesta. Para hacerlo, sabían que la situación podía resolverse con una cuenta. Pero, además, estaban convencidos de que era necesario agregar, a la primera jugada, las figuritas que ganó en la segunda y, por ello, realizaban el cálculo $9 + 14$. El problema residía

en que, hasta el momento, no reconocían que la primera transformación era negativa y que, por tanto, a ella no se le podía agregar, así como así, el saldo positivo de la segunda jugada.

Quizás, el peso de la pregunta por la cantidad de figuritas podría ser un factor clave para comprender la lógica que subyace a esta afirmación. Es decir, existe, generalmente, en el esquema ETE (Estado-Transformación-Estado), una tendencia natural a sumar para encontrar el estado final. Y si bien, en este caso, se trata de un esquema que difiere, sustancialmente, de aquel, se podría pensar que, en cierto modo, hay algo semejante o, por lo menos, similar, puesto que dos transformaciones dan lugar a una tercera. Ahora, si en el problema los datos hubiesen aparecido en orden inverso, esto es, si Guille hubiese perdido 9 figuritas en la segunda jugada y ganado 14 en la primera, estos alumnos, ¿habrían sostenido lo mismo? La suma, ¿habría sido la herramienta escogida para dar solución a la situación?

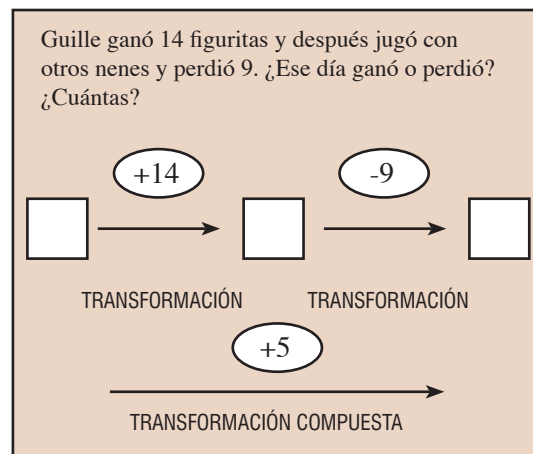


Fig. 2: Situación (que no fuera presentada a los alumnos) de sustracción que involucra, también, dos transformaciones elementales, de signo contrario, que se componen para dar lugar a una tercera transformación, nuevamente, de carácter positivo. Aparecida aquí, tan solo, con fines de análisis y comparación.

Como se puede observar en el esquema, la situación no sufre modificaciones importantes si se tiene en cuenta que la resolución canónica es, igual que en el caso anterior, la resta $14 - 9$, obteniendo Guille, ese día, 5 figuritas ganadas. Pero, seguramente, estaremos de acuerdo en sostener que, en este último caso, la suma $14 + 9$, no

hubiese sido, en absoluto, la estrategia seleccionada por los mismos alumnos, para responder a la pregunta planteada. ¿Qué es, entonces, lo que lleva a nuestros niños a considerar este procedimiento, tomándolo como posible solución al problema que tienen delante de sí? Sin dudas, el lugar que las transformaciones asumen, así como los valores y el carácter que estas adoptan, ya sea de tipo positivo o negativo.

Al respecto, Vergnaud y Durand (1989:119) plantean que *«existe una verdadera jerarquía de dificultad entre los diferentes problemas, según sean el signo y el valor absoluto de las transformaciones en juego»*. De modo que, para los autores, existen ciertos obstáculos, niveles de complejidad, que vienen dados por el propio conocimiento; dificultades que se ubican “en los zapatos del conocimiento”.

Habría, así, algunos conocimientos que, por naturaleza, resultan ser menos fáciles que otros, ya que cobijan ciertas dificultades que les son propias, que los constituyen. Y este es el caso de las relaciones numéricas, latentes, en el problema presentado a los alumnos. Cabría pensar, tal vez en otro momento, si un esquema como este (que supone la composición de transformaciones) podría llegar a albergar situaciones que den lugar a relaciones que, por sí mismas, revistan mayor o menor dificultad para nuestros alumnos, problemas que incluyan dificultades más o menos complejas, casos cuya ejecución en el aula permita avanzar a los alumnos del primer ciclo, y otros que no, que deberían ser objeto de enseñanza más entrada la escolaridad o que, contrariamente, dada su naturalidad, no tendrían por qué ser abordados, al menos, de modo “sobrecargado”¹. Por ejemplo, ¿qué sucedería si la transformación negativa asumiera un valor absoluto mayor que el de la transformación positiva?

La dificultad “se viste de maestro”

Sin embargo, no todos los alumnos enfrentados al problema de referencia afirmaron que Guille había ganado 23 figuritas. Muchos plantearon, con firmeza, que “ganó 14”. Algunos lo manifestaron de entrada, mientras que otros



Foto: Concurso fotográfico QE / Irene Dietrich - Mónica Marotta

defendieron esta solución, solo luego de haberse pronunciado, previamente, a favor de la idea anterior: “ganó 23”.

Al igual que sus compañeros, estos niños tenían claro que debían encontrar, también, la transformación compuesta. La diferencia estaba en que sabían, además, que las transformaciones eran de signo contrario y que, por ende, la situación no podía resolverse, convenientemente, con una suma. En pocas palabras: no puedo sumar pérdidas y ganancias.

Pero ¿por qué “ganó 14”? Ante esta pregunta, los niños sentenciaron: “dice que ganó 14”. Si bien la respuesta parece por demás obvia, evidente, esconde cierto nivel de comprensión de las relaciones en juego. Es decir, debajo de la aparente simplicidad sobrevive oculto aquello que opera activamente, conduciendo a los alumnos a sostener esto. Y, para hallarlo, quizás, deberíamos pensar en lo que no estaban explicitando o, también, en lo que permanecía a un costado, fuera de foco, y esto era: las figuritas perdidas por Guille en la primera jugada.

¹ Sobre esto, Ávila (1995:104) plantea la idea de resta como que *«...quitar cierta cantidad a otra que se tiene para calcular, lo que queda... es muy natural, hasta sin ir a la escuela se construye... se sabe por distintas investigaciones -al igual que ocurre con la suma- cuentan con ella hasta los niños de 3 a 5 años»*. Aspecto que podría acarrear consecuencias importantes a la hora de planificar la enseñanza de la resta.

De esta manera, para dar solución al problema planteado, estos niños no estaban considerando las figuritas perdidas, al menos, como algo de peso que pudiera llegar a influir, directamente, sobre la transformación compuesta. Tal vez, guiados por el significado más natural de la resta, como quitar o perder, una parte importante de la clase haya pensado: “si perdió, primero, 9 figuritas, entonces, esas figuritas no cuentan”.

Ahora, ¿puede decirse que las concepciones erróneas manejadas por nuestros alumnos son una consecuencia directa y exclusiva de la dificultad intrínseca a la situación? Para Brousseau, es inevitable que la interacción entre el conocimiento, el alumno y el docente desemboque en concepciones “erróneas”. Particularmente, estas concepciones, para el autor, *«son comandadas por las condiciones de la interacción que uno puede más o menos modificar»*. De modo que *«...es difícil incriminar solamente a uno de los sistemas de interacción... esos obstáculos a la apropiación por el alumno de ciertas nociones...»* (Brousseau, 1983:6-7). En pocas palabras, más allá de la complejidad que viene dada por el tipo de relaciones aditivas que se juegan entre los datos del problema, y que es constitutiva de la propia situación, no deberíamos perder de vista el modo como, desde la enseñanza, se gestiona su estudio.

Al respecto se había previsto, anticipadamente, intervenir preguntando por lo que había sucedido antes y lo que ocurrió después: “¿qué pasó primero?, y ¿después? Entonces, ese día, ¿ganó o perdió?, ¿cuántas?”. Si bien se cumplió lo planificado, los niños continuaron sosteniendo lo mismo. No obstante, luego de finalizada la actividad, en el momento de recoger las anotaciones que, eventualmente, hubieran sido realizadas por los alumnos con la finalidad de ayudarse para dar solución al problema, se observó un fenómeno bastante curioso. Una alumna que casualmente integraba uno de los grupos sobre los que no se concentraran las intervenciones del docente durante el transcurso de la fase a-didáctica de la situación, había desarrollado un procedimiento gráfico de tachado que le permitía arribar a una solución un tanto más ajustada.

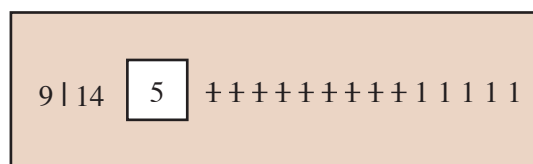
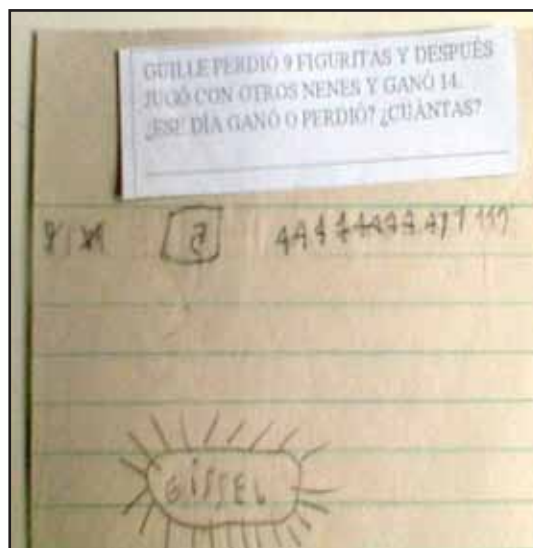


Fig. 3: Procedimiento gráfico de tachado, realizado por una alumna en la fase a-didáctica de la situación, que fuera advertido por los docentes recién al momento de finalizar el trabajo.

Como se advierte en la Fig. 3, la niña anotó, primero, las figuritas perdidas y, luego, las ganadas por Guille ese día. Sin embargo, para averiguar si ganó o perdió, invierte el planteo, representando, primero, esta vez, las figuritas ganadas (a través de catorce unos, escritos en línea). Luego va tachando, de a una, las 9 figuritas perdidas. Entonces, al quedar unos sin tachar sabe que, ese día, ganó, puesto que los unos tachados representan las figuritas perdidas y, para poder responder a la pregunta por la cantidad, los cuenta y escribe 5 en el casillero que ella misma delimita, pues eso es el resultado. De este modo, al invertir el planteo, encuentra la diferencia, la verdadera ganancia que Guille obtiene en el juego; operación esta, que evidencia su comprensión de las relaciones involucradas.

La pregunta, entonces, es: ¿por qué las intervenciones desarrolladas no habilitaron una resolución como esta? Es cierto que pueden existir muy diversas y variadas razones, susceptibles de dar una buena explicación a esta interrogante. Una de ellas, indudablemente, podría

ser el estado de los conocimientos anteriores, de los medios de acción de los que disponían los alumnos en ese momento. Quizás, para muchos de ellos, se revelaron insuficientes y, en consecuencia, quedaron desarmados ante el problema. Pero puede ser, también, que las intervenciones docentes no fueran las más adecuadas para desencadenar avances en la comprensión de la situación.

En efecto, el marcado hincapié sobre lo que había ocurrido “primero” y lo que sucedió “después”, pudo haber conspirado llevando a los alumnos a concebir las transformaciones como estados, conduciendo al barranco toda posibilidad de invertir los términos del planteo. Pues, si perdió 9 figuritas, “*esas figuritas las tiene otro nene*”, y lo que importa es que “*él tiene más, él tiene 14*”². De modo que en lugar de ayudar a los alumnos a mejorar su comprensión de una situación que involucraba un nuevo significado de la resta, esta intervención fomentaba una interpretación de la misma, ajustada al significado clásico de perder o quitar, en un esquema diferente.

Posiblemente, una intervención más apropiada hubiera sido la siguiente: “*a Guille, ¿le sirvió jugar ese día? Si perdió 9 y ganó 14, ¿qué les parece?, ¿quedó mejor o peor que antes de empezar a jugar?, ¿recuperó lo que perdió o no pudo hacerlo? y, ¿cuántas más ganó? ¿Cómo podríamos averiguar eso?*” De esta forma, se habría dado un margen un poco más amplio en relación a la posibilidad real de efectuar una inversión de los términos del problema.

En resumidas cuentas, no se puede decir que las concepciones erróneas que circularon en la clase fueran producto exclusivo de la complejidad que revestía el problema. Tampoco sería un



acierto atribuir las, únicamente, a las “limitaciones” del sujeto a un cierto momento de su desarrollo, dado que el procedimiento gráfico de tachado fue elaborado por una alumna que, aún hoy, recorre el primer ciclo de la enseñanza primaria en una escuela de contexto socio-cultural crítico. **Tal vez existen, también, dificultades que no dependen más que de una elección del docente** como, por ejemplo, las aparecidas a partir de las explicaciones o preguntas por él realizadas, incluso, del acontecimiento didáctico más general que implica la selección y configuración de una determinada situación, como la manera más óptima de acercar a los alumnos a ciertos conocimientos específicos.

Esto habla a las claras de que **el docente puede llegar a ser un “buen” fabricante de obstáculos didácticos al aprendizaje de sus alumnos. Y, quizás, la única arma de la que dispone para defenderse de esto sea la planificación cuidadosa de los dispositivos de la enseñanza**, anticipación que debería -y lo decimos por la propia experiencia “poniendo piedras en el camino”- apoyarse, fuertemente, en un duro análisis de lo que se habrá de realizar pero, además, de lo que ya se ha realizado. De lo contrario, estaríamos corriendo el riesgo de enseñar, en primero, solamente “a perder”. ☹

Bibliografía consultada

- ÁVILA, Alicia (1995): “Problemas fáciles y problemas difíciles” en Secretaría de Educación Pública: *La enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria. Lecturas*. México: SEP-PRONAP.
- BROUSSEAU, Guy (1983): “Los obstáculos epistemológicos y los problemas en matemáticas” en *Recherches en Didactique des Mathématiques*, Vol. 4 (2). Grenoble: La Pensée Sauvage.
- VERGNAUD, Gérard (2001): “Problemas aditivos y multiplicativos” en Enrique Fernández González (coord.): *Dificultades del aprendizaje de las matemáticas*. España: Secretaría General de Educación y Formación Profesional. Secretaría General Técnica.
- VERGNAUD, Gérard; DURAND, C. (1989): “Estructuras aditivas y complejidad psicogenética” en César Coll (comp.): *Psicología genética y aprendizajes escolares*. México: Siglo XXI Editores.

² Este fue el argumento dado por un niño que, desde el comienzo, aseguraba que Guille jugaba con otro nene que se había quedado con las figuritas que eran de él.