Problemas multiplicativos

Liliana Pazos | Maestra. Integrante de equipo y formadora en Curso II (Matemática) (PAEPU). Integrante del Equipo de Investigación e Innovación en Enseñanza de la Matemática de la revista *QUEHACER EDUCATIVO*.

En esta oportunidad, la revista tiene como tema central artículos sobre la enseñanza de la Matemática, especialmente referidos al trabajo en el campo multiplicativo. Antes de entrar en su lectura, parece oportuno precisar desde qué concepción de Matemática están pensados.

Veamos entonces: ¿qué Matemática pensamos?

> *«Está en juego aquí (...) nuestra concepción de qué son las matemáticas: un conjunto de contenidos definidos formalmente o una capacidad, una manera de actuar, de proceder frente a diversos problemas. Creemos que, sin desatender la necesidad de conocer las herramientas matemáticas que la humanidad ha creado a lo largo de la historia para resolver problemas, es fundamental que analicemos nuestra concepción de lo que es saber matemáticas...»* (Block y Dávila, 1993:42)

Hay quienes conciben la Matemática como un cuerpo acabado de conocimientos, un conjunto de definiciones.

Otros, en cambio, piensan la Matemática como una construcción histórico-social, como un producto cultural, mirada que nos sitúa frente a un cuerpo de conocimientos que se va construyendo en el tiempo en una comunidad en la que unos problemas dan lugar a otros, formalizándose en nuevo conocimiento que se vincula, se relaciona con los anteriores modificándolos y enriqueciéndolos.

Entender la Matemática como una construcción tiene, indudablemente, consecuencias importantes en nuestra visión de su enseñanza en la escuela. Es decir, no solo qué Matemática vamos a enseñar, sino fundamentalmente cómo vamos a enseñarla.

Aprender Matemática implica entonces, desde esta mirada, construir el sentido de los conocimientos a partir de la resolución de problemas y la reflexión en torno a estos. La resolución de problemas se convierte así en el eje desde el que se impulsa la construcción de conocimiento. Para ello, estos problemas deben revestir ciertas características que los tornen en desafíos para cuya resolución se tienen herramientas de entrada, pero no las herramientas óptimas, pues son estas las que se busca construir en la resolución de esa situación.

Concebir la Matemática como una manera de actuar, de proceder frente a los problemas, de construir saberes y herramientas para pensar, implica crear una comunidad de producción de conocimiento en el aula, que resuelva problemas, discuta, confronte opiniones, explore, formule conjeturas, explique, justifique procedimientos y conclusiones, argumente, valide.

Para que eso suceda es necesario que los alumnos hagan Matemática, y para hacer Matemática es necesario construir los conceptos en la interacción con el problema y con los otros.

Ese objeto de conocimiento surgido como herramienta para la resolución de un problema, debe a su vez reinvertirse en la solución de nuevos problemas y relacionarse con otros conocimientos que los alumnos ya tienen.

Esto supone un cambio de paradigma; pasamos, al decir de Lerner (1996:112), del *«Paso a paso y acabadamente»*, paradigma que encierra en sí mismo una contradicción, puesto que nada puede ser acabado si es parcial, a *«Compleja y provisoriamente»*.

Y esto, porque se entiende que el sujeto aprende por aproximaciones sucesivas, producto de su interacción con el medio. Se aprende modificando lo que ya se sabe.

> *«Los conocimientos no se apilan, no se acumulan, sino que pasan de estados de equilibrio a estados de desequilibrio, en el transcurso de los cuales estos conocimientos anteriores son cuestionados. Una nueva fase de equilibrio corresponde entonces a una fase de reorganización de los conocimientos, donde los nuevos saberes son integrados al saber antiguo, a veces modificado...»* (*apud* Charnay, 1994:58)

Compleja y provisoriamente implica entonces que el objeto de conocimiento se presente en toda su complejidad, para que el alumno vaya realizando aproximaciones sucesivas que permitan en cada nuevo acercamiento reorganizar y profundizar en el mismo y en sus relaciones con otros contenidos, lo que supone aceptar la "provisoriedad" del conocimiento.

Por lo tanto, atender a las relaciones entre los contenidos que se aprenden debería ser uno de los ejes de la enseñanza de la Matemática.

Vergnaud (1991) toma como premisa que el conocimiento se organiza en campos conceptuales, cuyo dominio por parte del sujeto ocurre a lo largo de un extenso período de tiempo. Campo conceptual para este investigador es un conjunto informal y heterogéneo de problemas, situaciones, conceptos, relaciones, estructuras, contenidos y operaciones del pensamiento, conectados unos a otros y entrelazados durante el proceso de adquisición, por lo que *«el conocimiento consiste en gran medida en establecer relaciones y en organizarlas en sistema»* (*idem*).

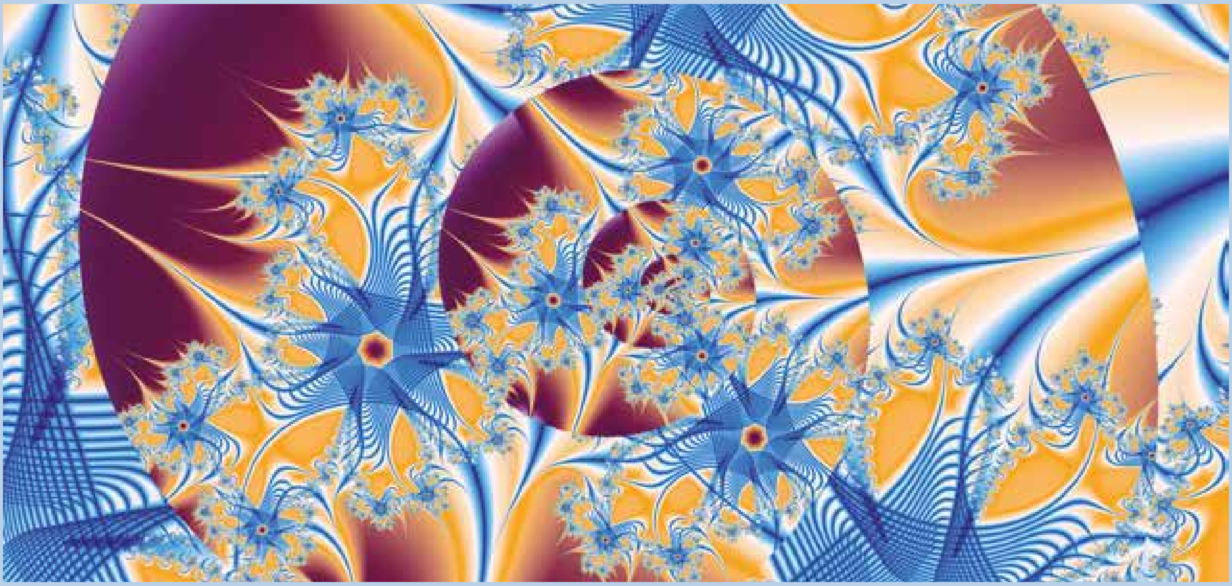
Contrariamente a lo que se piensa, trabajar desde las relaciones facilita no solo la adquisición de nuevos contenidos y la profundización de los construidos, sino que ofrece diferentes anclajes desde donde pensar, favoreciendo que el conocimiento se vuelva operativo.

Los acercamientos sucesivos irán haciendo aparecer estas relaciones en la medida en que los alumnos vayan avanzando en la profundización de los distintos aspectos del contenido, así como develará "errores", ideas incompletas, dificultades propias de la adquisición, por lo que el error tiene en esta concepción el valor de un conocimiento, inacabado sí, pero un conocimiento. La aparición de estos permitirá al docente formular intervenciones que promuevan avances. De nada sirve rodear las dificultades, ellas son superadas en la medida en que son detectadas y enfrentadas. Pero esto no ocurre de una sola vez; no se aprende de una vez y para siempre.

Con relación al tema que nos convoca, es necesario precisar que el campo conceptual de las estructuras multiplicativas supone todas las situaciones que pueden ser analizadas como problemas de proporciones simples y múltiples, para las cuales generalmente es necesaria una multiplicación, una división o una combinación de ambas. Varios tipos de conceptos matemáticos están involucrados en las situaciones que constituyen este campo conceptual, y en el pensamiento necesario para dominar tales situaciones. Entre tales conceptos están los de función lineal, fracción, razón, número racional, multiplicación, división[1].

---

[1] A los efectos de este análisis tomamos aquellos que se abordan en el ciclo escolar.



En concordancia con este planteo, entrar en el campo de las estructuras multiplicativas supone una enseñanza a partir de las relaciones posibles.

Podríamos pensar en un trío de números tales que uno de ellos sea múltiplo de los otros dos. Visto así, el producto aparece como múltiplo de multiplicando y multiplicador, que son sus factores y a la vez sus divisores, por lo tanto, el mismo trío podría ser el involucrado en una división exacta en la que el dividendo es múltiplo del divisor y del cociente. Esto hace que divisor y cociente puedan intercambiarse manteniendo el mismo dividendo, puesto que ambos son sus divisores. En este caso, cada multiplicación se vincula a dos divisiones en una misma estructura en la que cambia el lugar de la incógnita. A modo de ejemplo tomemos un trío posible: 2 x 8 = 16 de donde 16 es múltiplo de 2 y de 8, y a su vez, 2 y 8 son divisores de 16, por lo que 16 : 8 = 2, y 16 : 2 = 8.

Si bien estas relaciones no se plantearán en su totalidad desde el inicio de la escolaridad, sí deben ir apareciendo y entretejiéndose a lo largo del ciclo escolar. Cada nuevo aspecto que se presente debería vincularse con lo que el alumno haya aprendido de ese tema a lo largo de la escolaridad anterior, y es el docente el encargado de ayudarlo a establecer esas relaciones a partir de las situaciones que presenta, de las preguntas que formula, de los vínculos entre saberes que promueve. Esta "ayuda" del docente es fundamental para que el alumno pueda relacionar ideas entendiendo que: *«Encadenar relaciones y arribar a conclusiones nuevas sirve para tener (...) la experiencia de fabricar ideas»* (Sadovsky, 2015).

En este sentido son varios los aspectos que deberemos tener en cuenta a la hora de trabajar en este contenido: las relaciones entre estas operaciones y entre los términos de las mismas, los diferentes significados, las propiedades, el cálculo, entre otros.

Los siguientes trabajos presentan, desde este enfoque, algunos momentos de ese largo recorrido.

En el primero de ellos, Sandra Dellepiane y Claudia de León analizan la construcción de relaciones entre operaciones pertenecientes al mismo campo, como se ejemplifica con las aditivas; o entre operaciones de diferentes campos, como se hace con las multiplicativas.

En el segundo aporte, Valentina Jung y Mercedes Laborde se centran en el cálculo, pero desde una mirada compleja que vincula ambas operaciones, problematiza la relación entre los términos de las mismas y ayuda a pensar cómo transitar desde las estrategias de cálculo que despliegan los alumnos a los algoritmos convencionales.

Por último, Fabián Luaces aborda el contenido divisibilidad, contenido que si bien se consolida en el tercer nivel de la escolaridad, se va tejiendo desde los primeros grados a partir de la reflexión sobre estas operaciones en la medida en que se van construyendo.

Pero lo más importante es la forma de gestión de clase que presentan todos ellos: la discusión de la puesta en común con los descubrimientos y las generalizaciones que van haciendo alumnos de segundo grado; las confrontaciones entre procedimientos y explicaciones sobre los mismos, así como la construcción de herramientas que permiten avanzar en este aspecto a alumnos del segundo nivel; y la discusión, las confrontaciones, explicaciones y los avances, que se van realizando hasta formalizar el conocimiento construido en el tercer nivel.

Esta forma de trabajo exige al docente una mirada diferente de los contenidos, no como temas que se van sumando a lo largo del año y de la escolaridad, sino como una red de relaciones en el ciclo, en la que unos contenidos se vinculan con otros en una trama compleja que debe ser abordada desde lo global. Para ello se hace necesario desagregar los contenidos en sus diferentes aspectos, a los efectos de secuenciar la planificación identificando claramente los objetivos que se persiguen en cada actividad, así como de proponer situaciones que obliguen a vincular estos aspectos centrándose en las relaciones entre ellos. Se hace necesario entonces un análisis previo, que permita además prever posibles procedimientos que puedan desarrollar los alumnos para planificar actividades, intervenciones a desarrollar, debates a promover, institucionalizaciones a realizar.

Rescatar las intervenciones que no den al alumno la solución al problema, sino que le permitan explorar, conjeturar, arriesgar conclusiones, debatir con otros, confrontar ideas con los compañeros, hace necesario apelar a estrategias docentes que intenten mantener la incertidumbre durante la resolución del problema, devolver las preguntas al grupo en el curso de los debates, seleccionar las respuestas, conclusiones o los procedimientos de resolución que es conveniente confrontar para el objetivo que se persigue; en suma, desarrollar una gestión diferente para poder instalar un nuevo contrato en la clase.

Esta forma de trabajo busca generar en el alumno confianza en sus saberes y habilidades, que él sienta que "sabe", que sus procedimientos son valiosos, que va a avanzar discutiendo con otros, explorando, explicando, conjeturando. En fin, generando un vínculo con la Matemática que lo haga sentirse exitoso, comprendiendo lo que aprende y, sobre todo, aprendiendo que puede aprender. Q

Referencias bibliográficas

BLOCK, David; DÁVILA, Martha (1993): "La Matemática expulsada de la escuela" en *Educación Matemática*, Vol. 5, Nº 3, pp. 39-58. En línea: http://www.revista-educacion-matematica.org.mx/descargas/vol5/vol5-3/vol5-3-3.pdf

CHARNAY, Roland (1994): "Aprender (por medio de) la resolución de problemas" en C. Parra; I. Saiz (comps.): *Didáctica de Matemáticas. Aportes y reflexiones*. Buenos Aires: Paidós Educador.

LERNER, Delia (1996): "La enseñanza y el aprendizaje escolar. Alegato contra una falsa oposición" en J. A. Castorina; E. Ferreiro; M. K. de Oliveira; D. Lerner: *Piaget-Vigotsky: contribuciones para replantear el debate*, pp. 69-117. Buenos Aires: Ed. Paidós.

SADOVSKY, Patricia (2015): "Otra matemática es posible" en *La educación en debate*, Nº 29 (Abril) (Suplemento, UNIPE, Buenos Aires), p. I. *Le monde diplomatique*. En línea: http://editorial.unipe.edu.ar/wp-content/uploads/2015/04/Unipe-29.pdf

VERGNAUD, Gérard (1991): *El niño, las matemáticas y la realidad. Problemas de la enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria*. México: Ed. Trillas.