Los algoritmos en la enseñanza de la Matemática

Valentina Jung | Maestra. Formadora de los Cursos de Tiempo Completo.
Integrante del Equipo de Formación en Servicio de PAEPU en el área de la Matemática.

Cuando examinamos la enseñanza de la matemática resulta evidente la preponderancia de la transmisión de una serie de pasos para resolver diferentes ejercicios, donde se prioriza el resultado, la respuesta correcta que, desde nuestro punto de vista, es importante pero no suficiente para aprender matemática.

Parecería que los algoritmos son la puerta de entrada a los contenidos matemáticos. Si consideramos que: *«Hacer matemáticas es un trabajo del pensamiento que construye los conceptos para resolver problemas, que plantea nuevos problemas a partir de conceptos así construidos, que rectifica los conceptos para resolver problemas nuevos, que generaliza y unifica poco a poco los conceptos en los universos matemáticos que se articulan entre ellos, se estructuran, se desestructuran y se reestructuran sin cesar»* (Charlot, 1986), los algoritmos conforman una pequeña parte del aprendizaje de la matemática en la escuela, y la potencialidad de ellos radica en poder establecer relaciones y entender su funcionamiento en relación a las razones matemáticas que los sustentan.

Analicemos algunos ejemplos en los que la puerta de entrada al concepto es el algoritmo.

Cuando pensamos en el trabajo con las **operaciones** en la escuela, generalmente lo relacionamos a la aplicación de la técnica operatoria y se pierden de vista otra cantidad de aspectos que hacen a la construcción del sentido.

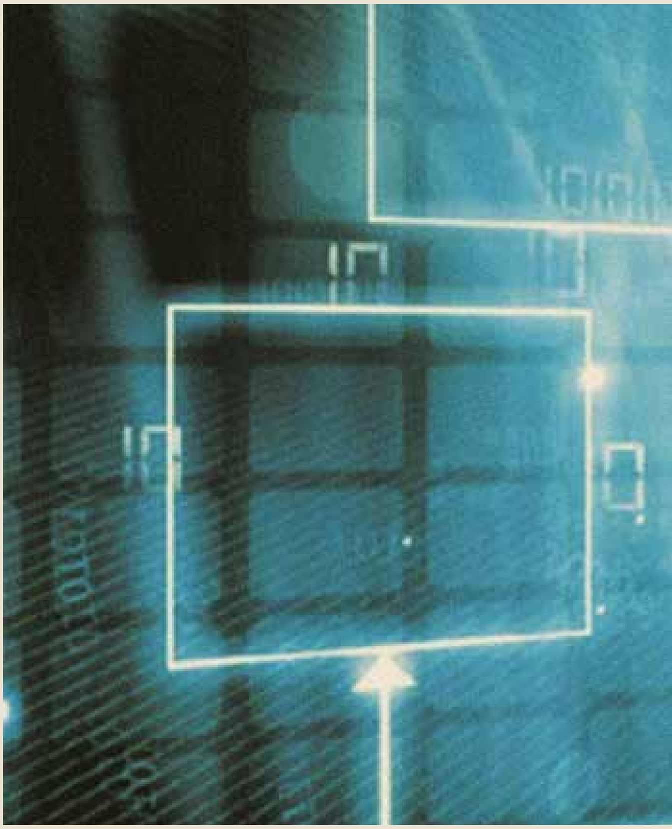
Sería interesante plantearse qué cuestiones matemáticas sustentan los algoritmos de las operaciones: las propiedades de las operaciones, las interrelaciones entre las operaciones (multiplicación-suma, suma-resta, multiplicación-división-resta-suma) y la relación con el sistema de numeración decimal. La enseñanza de los algoritmos entonces no solo implica saber el mecanismo, sino establecer las relaciones internas, su funcionamiento así como otros aspectos que son esenciales para la construcción del sentido de las operaciones.

Por ello resulta imprescindible tener en cuenta al momento de pensar el abordaje de las operaciones, lo que Vergnaud denomina **cálculo relacional**, considerado como *«el que sólo es posible y sólo tiene validez cuando se apoya* *en las propiedades de las relaciones en juego»* (Vergnaud, 1991). Es así que se hace necesario abordar los diferentes significados de las operaciones, refiriéndonos con ello a identificar variedad de situaciones que cada operación resuelva (por ejemplo, para la suma se atribuye desde la Didáctica de la Matemática, el significado de unión, agregación, avance; para la resta, quite, separación, igualación, comparación; en el caso de la multiplicación, escalar, producto de medidas, proporcionalidad; y para la división, agrupamiento y reparto). Dentro de cada significado se genera diferente nivel de complejidad al cambiar el lugar de la incógnita. Analicemos el siguiente ejemplo.

Manuel llegó a la escuela con 16 bolitas, en el recreo ganó 4. ¿Con cuántas bolitas volvió a su casa? Así presentada es una situación sencilla que el niño resuelve con una suma. Ahora bien, si cambiamos el lugar de la incógnita a la cantidad de figuritas que ganó, la complejidad es otra (Manuel llegó a la escuela con 16 bolitas, en el recreo ganó algunas. Volvió a su casa con 20 bolitas. ¿Cuántas bolitas ganó?). Si bien es un problema de suma, la operación que la resuelve es una resta. Ocurre lo mismo si la incógnita se encuentra en la cantidad de bolitas con las que salió de su casa. Según Vergnaud, esta última es la variante más compleja para el niño.

Solo teniendo en cuenta estos aspectos, el niño será capaz de reinvertir en situaciones nuevas, de adaptar, de transferir sus conocimientos para resolver las distintas situaciones que se le presentan.

En cuanto a la **Numeración**, también parecería que los algoritmos ocupan un lugar prioritario. Un ejemplo de ello es la forma de encontrar fracciones equivalentes (al multiplicar numerador de cada fracción por el denominador de la otra, el producto debe ser el mismo, o multiplicando o dividiendo el numerador y denominador por un mismo número). También responde a un aprendizaje mecánico el determinar la cantidad de decenas, centenas, etc., que tiene un número (dividir o leer el número hasta la cifra que indica el valor de la potencia de la base que muestra el nombre, si son decenas hasta las decenas, si son centenas hasta las centenas, etc.). Este abordaje mecanizado aparece obstaculizando el aprendizaje de las operaciones; por ejemplo, cuando desarrollan



el algoritmo de la multiplicación entre dos o más cifras y deben multiplicar las decenas, es común que los niños pregunten: "¿tengo que dejar un lugar?" o directamente no lo tengan en cuenta. Dichos "errores" en el algoritmo se generan por la ausencia de situaciones dirigidas a establecer relaciones entre la multiplicación y división por 10 y sus múltiplos, y el Sistema de Numeración. En general, nos preocupamos por estas dificultades cuando los niños no logran realizar correctamente el algoritmo, y además no son capaces de darse cuenta que el resultado no es pertinente. Se hace necesario entonces pensar acciones destinadas a promover el establecimiento de relaciones entre el algoritmo y el Sistema de Numeración, así como permitir que los niños desplieguen estrategias de resolución propias sin obligarlos a desarrollar el algoritmo convencional.

Esto también se refleja en el abordaje del tema **Divisibilidad**. Se intenta que los niños sepan los distintos criterios; se trasmiten una serie de reglas para determinar si un número es divisible por 2, 3, 4, 5, 10, etc., para que los niños las apliquen, pero se desconocen las razones matemáticas que las sustentan. El trabajo

con divisibilidad es muy potente para profundizar en las reglas del Sistema de Numeración Decimal, dado que este es la razón matemática que sustenta dichos criterios. Como dijimos, el problema surge por la presentación temprana y casi exclusiva de algoritmos, lo que impide que los alumnos se pregunten por qué se ejecutan de determinada manera. Para que puedan establecer relaciones se hace necesario analizar qué está incluido dentro de la divisibilidad (múltiplo y divisor, descomposición factorial, propiedades, etc.) y promover la construcción por parte de los alumnos de los criterios a partir del análisis del Sistema de Numeración. Los niños deberán poder preguntarse: ¿por qué basta con fijarse en la última cifra para saber si un número es divisible entre 2, 5 o 10? ¿Por qué alcanza con las dos últimas para saber si es divisible entre cuatro? ¿Los números divisibles entre 4 lo son entre 2? ¿Y todos los números divisibles entre 2 lo son también entre 4?, etcétera. De esta manera se impulsa a los niños a establecer relaciones.

Al analizar el trabajo con la **Medida**, la restricción se hace más evidente. La enseñanza se centra casi exclusivamente en la aplicación de una serie de fórmulas para hallar el perímetro, el área y el volumen relacionado generalmente a figuras geométricas, y en la equivalencia de medidas. Como consecuencia de esto, los niños se limitan a realizar cálculos aritméticos sin sentido y presentan dificultades para elegir y utilizar los instrumentos de medida. Muchas veces damos por sentado que los niños saben usar e interpretar la regla, que suponemos que utilizan con eficacia, pero ¿cuántos niños comienzan a medir por el 1 o por cualquier otro número?, ¿saben lo que significan cada uno de esos "numeritos" de la regla graduada?

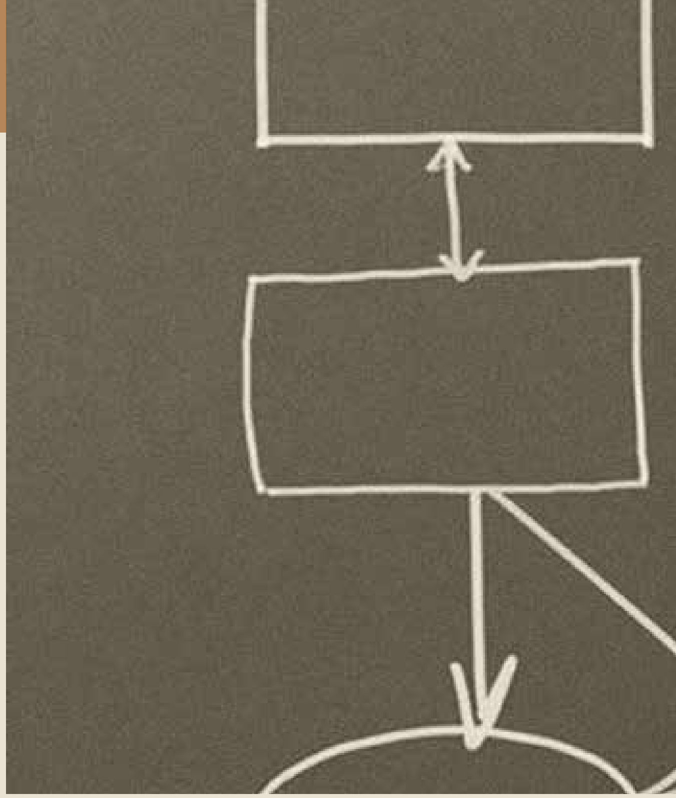
Desde nuestra postura y en concordancia con lo que plantea M. del C. Chamorro, para que el alumno pueda construir los conceptos esenciales de medida es imprescindible abordar otros aspectos, tales como:

- La noción de unidad, lo que incluye la adecuación de la misma a la magnitud y a la cantidad de magnitud a medir, así como la idea de iteración y partición de la misma.
- El error en la medición, producto de las prácticas efectivas de medición.
- Instrumentos, la utilización e interpretación.
- Estimación.

- Otros aspectos referidos a la magnitud. *«Trabajar en torno a lo relativo a la cantidad de magnitud supone trabajar la relación de equivalencia, es decir la adquisición de criterios que permitan al alumno saber cuándo dos longitudes, dos superficies, dos masas o dos volúmenes son equivalentes en magnitud; es decir, trabajar los problemas de conservación de la magnitud, que si bien son adquiridos muy rápidamente y a edades tempranas en el caso de la longitud o la capacidad, son tardíos y lentos en el caso de la superficie y el volumen.»* (Chamorro, 2003)

Al pensar en el abordaje de la **Geometría** nos encontramos con la misma dificultad. Nos centramos en la enseñanza de algoritmos de trazado, en la transmisión de una serie de pasos para la construcción de diferentes figuras del plano y generalmente ofreciendo datos relacionados a la medida de lados y/o ángulos. Muchos niños no logran comprender el porqué de "los arquitos" en el trazado de triángulos cuadrados u otras figuras, cuál es su finalidad y no los ven como un arco de circunferencia. Dificultad que se evidencia cuando a veces realizan la figura sin utilizar el compás, y luego dibujan los "arquitos" a mano alzada. Esto no significa dejar de presentar actividades donde los niños deban trazar diferentes figuras, sino enfrentarlos a situaciones en las que deban poner en juego las propiedades de las figuras. Por ejemplo, trazar un rectángulo a partir de una diagonal donde los niños hagan intervenir sus conocimientos sobre las propiedades de las diagonales del rectángulo, o en el caso del trazado del triángulo presentar dos segmentos: uno que represente la base y el otro la altura, y solicitarles que tracen triángulos. Este tipo de actividades, además de obligar al niño a utilizar las propiedades, también lo obliga a explicitarlas.

Asimismo creemos necesario estudiar las figuras en comparación con otras, y no en forma aislada. Muchas veces se trabajan las propiedades de cada figura por separado y se comienza, por ejemplo, por el cuadrado; o en el caso de las figuras del espacio, por el prisma de base rectangular o figuras regulares. De esta forma se obstaculiza la comprensión de los distintos

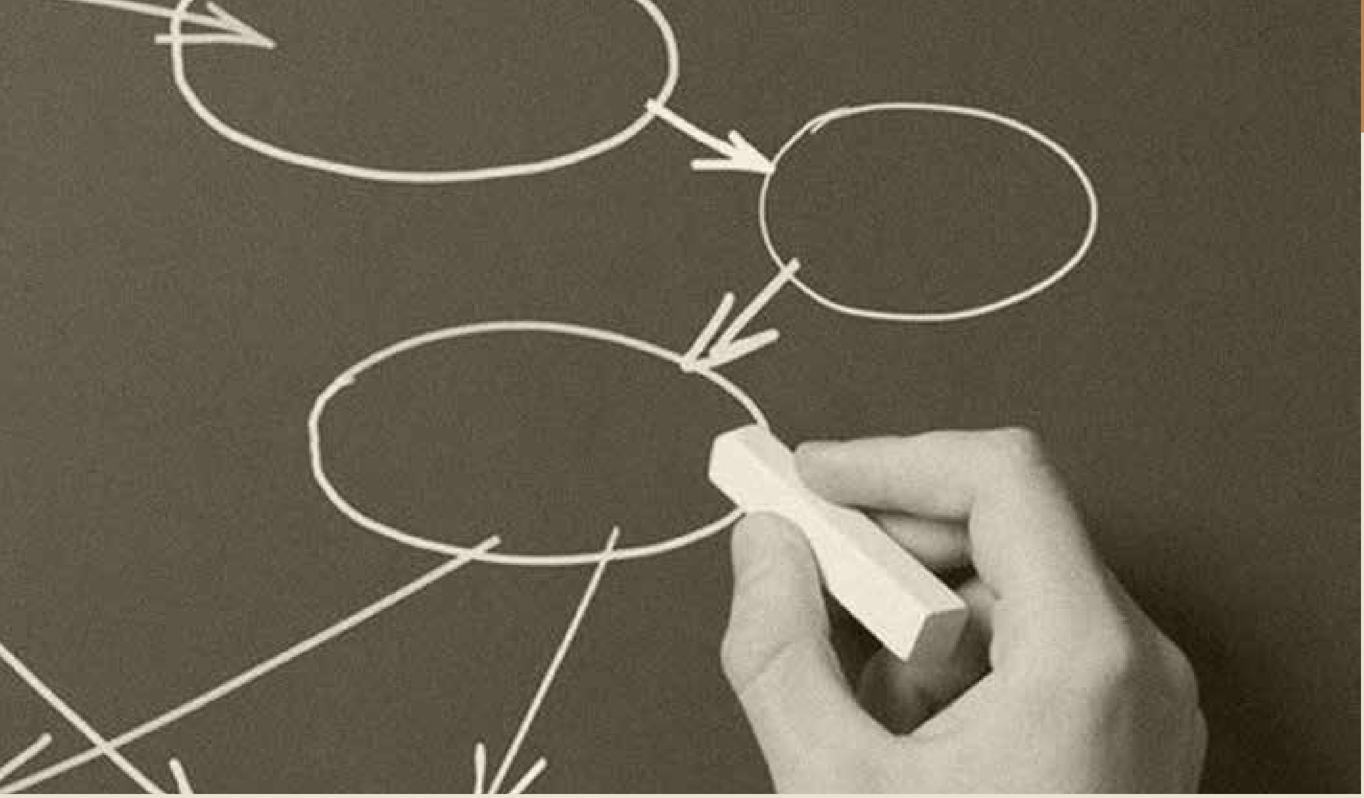


conceptos geométricos, la identificación de relaciones entre las figuras e intrafigurales.

> *«...algunas consecuencias de dicha forma de "hacer vivir" las figuras en las aulas (...) Un ejemplo de cómo se "amalgaman" propiedades a las figuras puede analizarse cuando, frente al pedido de construir un rombo, los alumnos tienden a construir un rombo cuadrado; o, frente al pedido de construir un cuadrilátero, tienden a construir un rectángulo. Las dificultades para comprender la generalidad y la particularidad de las figuras también se refuerza didácticamente por la presentación casi exclusiva de "figuras típicas"...»* (Broitman e Itzcovich, 2003:303)

Trabajar en Geometría implica apoyarse en las propiedades de las figuras para establecer relaciones e inferir nuevas. Para ello es fundamental presentar variedad de figuras, comparar, clasificar teniendo en cuenta propiedades comunes. Solo así será posible promover la construcción de los conceptos geométricos.

Proponemos, entonces, un trabajo en el que la presencia de la exploración, la búsqueda de regularidades, el establecimiento de relaciones y la elaboración de conjeturas, las generalizaciones y la validación son indispensables para la apropiación de los conceptos matemáticos por parte del niño. Asimismo nos parece importante



puntualizar que las relaciones no solo se establecen a la "interna de cada eje" (numeración, operaciones, medida, geometría), sino que también existen interrelaciones entre ellos.

La enseñanza de la matemática se organiza de tal forma que a medida que se avanza en el ciclo escolar, los conceptos se hacen más complejos. Es decir, un mismo concepto se toma en los diferentes grados, pero con un nivel de complejidad mayor en los años superiores. Supone hacer un recorte en cada grado, establecer qué aspectos del concepto se trabajarán en cada uno, pensar las relaciones que podrá establecer el niño de esa edad.

En este artículo intentamos analizar cuál es el papel que creemos debería tener la enseñanza de algoritmos en el ciclo escolar. Su presencia es necesaria, pero consideramos que debe ser producto de un proceso de construcción, en el que el docente promueva la búsqueda de relaciones y generalizaciones, y de las razones matemáticas que los sustentan. Q

Bibliografía consultada

BROITMAN, Claudia; ITZCOVICH, Horacio (2003): "Geometría en los primeros años de la E.G.B: problemas de su enseñanza, problemas para su enseñanza" (Cap. 8) en M. Panizza (comp.): *Enseñar matemática en el Nivel Inicial y el primer ciclo de la E.G.B. Análisis y propuestas*. Buenos Aires: Ed. Paidós. Colección Cuestiones de Educación Nº 41, 1ª edición.

CHAMORRO, María del Carmen (coord.) (2003): *Didáctica de las Matemáticas para Primaria*. Madrid: Pearson-Prentice Hall, Colección: Didáctica Primaria.

CHARLOT, Bernard (1986): "La epistemología implícita en las prácticas de enseñanza de las Matemáticas". Conferencia dictada en Cannes (marzo 1986). En línea: http://www.buenosaires.gob.ar/areas/educacion/cepa/epistemologia_charlot.pdf

ITZCOVICH, Horacio (coord.) (2007): *La Matemática escolar. Las prácticas de enseñanza en el aula*. Buenos Aires: Aique Grupo Editor. Colección: Carrera Docente. Serie: El abecé de...

LERNER, Delia; SADOVSKY, Patricia (1994): "El sistema de numeración: un problema didáctico" (Cap. V) en C. Parra; I. Saiz (comps.): *Didáctica de matemáticas. Aportes y reflexiones*. Buenos Aires: Ed. Paidós Educador.

SADOVSKY, Patricia; TARASOW, Paola (2013): "Transformar ideas con ideas. El espacio de discusión en la clase de matemática" en C. Broitman (comp.): *Matemáticas en la escuela primaria [II]. Saberes y conocimientos de niños y docentes*. Buenos Aires: Ed. Paidós. Colección Cuestiones de Educación.

VERGNAUD, Gérard (1991): *El niño, las matemáticas y la realidad. Problemas de la enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria*. México: Ed. Trillas.