

Cuando me preguntan quince dividido cuatro, ¿qué respondo?

Ana Laura Lujambio | Maestra. Coordinadora del Equipo de Matemática de PAEPU. Integrante del Equipo de Investigación e Innovación en Enseñanza de la Matemática, Revista *QUEHACER EDUCATIVO*.

“...si yo divido entre cuatro porque la tabla del cuatro no tiene un quince, tiene doce, y con ese doce te sobran tres... lo que me está jorobando es la división.” (Paula, 9 años)

Entrevistadora: –¿Qué te está molestando?
 Paula: –La división (responde convencida).
 Entrevistadora: –¿Por qué?
 Paula: –Porque mirá: si yo divido entre cuatro porque la tabla del cuatro **no tiene un quince**, tiene doce, y con ese doce te sobran tres... lo que me está jorobando es la división.

Así termina el diálogo que forma parte de la entrevista didáctica que mantuvimos con una alumna de cuarto grado de Educación Primaria a partir de una actividad de aula, y genera algunas interrogantes que dan origen a este artículo. Probablemente la voz de Paula es la de tantos alumnos de la Escuela Primaria que se encuentran frente a actividades de este tipo:

Juan invitó a sus amigos a navegar. Alquilan botes para ir 15 amigos. En cada bote pueden ir hasta 4.
 ¿Cuántos botes alquilan?

Si analizamos el enunciado del problema, este relata una situación de la vida real. Es decir que en términos del contexto implicado, diremos que se trata de un contexto extramatemático. En esta situación, los datos que se presentan refieren a amigos, a personas (quince y cuatro), y para resolver es necesario realizar un agrupamiento: los quince amigos se agrupan de a cuatro para navegar.

Los números en danza son “pequeños”, lo que probablemente habilitaría a que el cálculo escrito no fuera necesario. Sin embargo, la evocación de la situación propuesta, los conocimientos disponibles que la misma moviliza, determinan que Paula escoja la operación que resuelve la situación. En consecuencia, hace el algoritmo de la división $15/4$ sin dudarle y dice: –Son tres.

$$\begin{array}{r} 15 \overline{) 4} \\ \underline{12} \\ 3 \end{array}$$

Sería de esperar que cualquier alumno de cuarto grado preguntado por el resultado de dividir quince entre cuatro, ya sea en caso de evocar mentalmente el algoritmo o de realizarlo, diera como respuesta la misma que Paula: *tres*. Si analizamos dónde está puesta la mirada para responder, vemos que es en el cociente. Ella reconoce la división como la operación que resuelve esta situación, y a pesar de que los números en juego son “pequeños” igual decide realizar el algoritmo convencional. Como ya dijimos, para dar respuesta centra la atención en el cociente y contesta: *–Son tres*.

Hasta aquí, aunque la respuesta no es correcta, para Paula no hay ningún problema.

Para Paula, ¿no hay ningún problema?

De acuerdo a lo sucedido hasta ahora, ella identifica a la división como la operación que resuelve la situación, realiza el algoritmo, mira el lugar del cociente y da respuesta. Una primera mirada permite afirmar que ella cuenta con la división como estrategia disponible para entrar al problema. Por otra parte, si pensamos en el algoritmo de la división entre una cifra, en cuanto pasos ordenados a seguir, podemos decir que lo domina. Vale detenernos un momento para recordar las condiciones que, de acuerdo a Charnay, debe “cumplir” la actividad propuesta al alumno para que se constituya en un verdadero problema por resolver:

«– (...) debe ser comprendido por todos los alumnos (es decir que éstos puedan prever lo que puede ser una respuesta al problema).

– Debe permitir al alumno utilizar los conocimientos anteriores..., no quedar desarmado frente a ella.

– Pero, sin embargo, debe ofrecer una resistencia suficiente para llevar al alumno a hacer evolucionar los conocimientos anteriores, a cuestionarlos, a elaborar nuevos (problema abierto a la investigación del alumno, sentimiento de desafío intelectual).

– Finalmente, es deseable que la sanción (la validación) no venga del maestro, sino de la situación misma.» (Charnay, 1998:60-61)

En el caso planteado, la lectura del enunciado permitió la evocación de una situación, una representación mental de dicha situación y la

anticipación de ciertas preguntas en relación a la situación. Asimismo, ella pudo utilizar conocimientos anteriores: el algoritmo convencional de la división. Hasta aquí dos condiciones cumplidas. Restan dos más por cumplir...

En consonancia con la propuesta de Charnay:

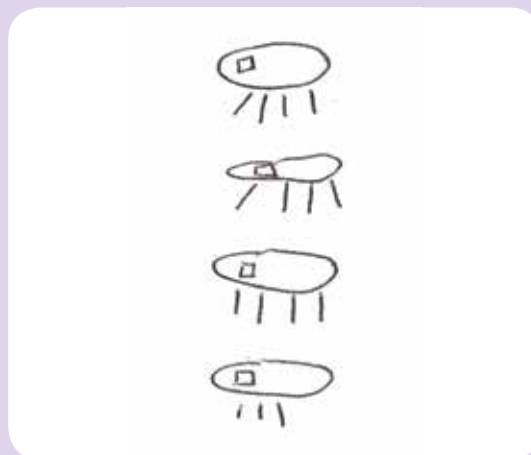
«Un problema generalmente se define como una situación inicial con un objetivo por alcanzar, que le pide al sujeto realizar una serie de acciones o de operaciones para alcanzar ese objetivo. Sólo hay un problema en la relación sujeto-situación, y sólo cuando la solución no está disponible de golpe pero es posible construirla. Esto significa también que un problema para un cierto sujeto puede no ser problema para otro, debido, por ejemplo, al distinto nivel de desarrollo intelectual de ambos sujetos.» (Brun, 1990 apud Peltier, 2003:36)

Desde esta concepción de problema en Matemática es que nos atrevemos a proponer que hasta el momento que responde “*Son tres*”, no hay problema para Paula.

¿Cuándo comienza el problema?

Ante la solución presentada por la alumna, afirmo: *–Entonces con tres botes van todos los amigos...*

Sin responder, Paula vuelve sobre su cuaderno, mira el algoritmo y comienza a dibujar un bote cuatro palitos; otro bote, cuatro palitos; otro bote, cuatro palitos. Señalando cada uno de los botes dice: *–Cuatro, ocho, doce, y dibuja otro bote*. Le quedan dibujados cuatro botes.



E: *–¿Entonces? ¿Son tres o cuatro?*

Paula: *–Estamos con la tabla del cuatro (afirma con convicción). Y frente a la ausencia de reacción ante lo que presenta como aparente obviedad, sigue: –¿Qué?! ¿Vos no sabés dividir? Tenés que buscar un número que no se pase de quince, un número que multiplicado por cuatro me dé quince o menos de quince. No te puede dar más.*

Leemos esto como índice que da cuenta de una cercanía temporal de nociones matemáticas que están en construcción. Para Paula, dividir es encontrar un número (cociente) que multiplicado por cuatro (divisor) dé quince (dividendo) o menos.

Si cotejamos la voz de Paula con la definición de cociente entre un número natural a y un número natural b como “el número natural c que multiplicado por b da como resultado a ”, encontramos una proximidad entre ambas que nos permite avanzar en la búsqueda de algunas explicaciones.

Pero adelantemos un poco más en la entrevista para tener otros elementos.

Mirando los botes dibujados, Paula dice: *–Cuatro por cuatro dieciséis. Pero acá (en referencia al algoritmo de la división) te sobran tres y son tres botes.*

E: *–¿Entonces?*

Aunque no es lo que sucede en este caso, es posible considerar que tal vez algunos alumnos de cuarto grado de Educación Primaria podrían responder ya desde el principio que el resultado de $15/4$ es “tres y sobran tres”. ¿En qué radica esta diferencia en las respuestas?

Una posible explicación tiene que ver con el sentido del concepto de dividir que está en juego. La respuesta “tres”, la mirada centrada exclusivamente en el cociente, da cuenta de que lo que está puesto en relación son tres elementos: dividendo, divisor y cociente. En este caso estamos frente a la división exacta. Recordemos que la división (cociente exacto) existe en \mathbb{N} si el dividendo es múltiplo del divisor y el divisor es distinto de cero.

Las palabras de Paula retornan dando cuenta de esto: *“¿Qué?! ¿Vos no sabés dividir? Tenés que buscar un número que no se pase de quince, un número que multiplicado por cuatro me dé quince o menos de quince. No te puede dar más”.*

Aparece además, como condición, que “no te puede dar más”. Eso es lo que parece generarle el conflicto cuando dibuja el cuarto bote y dice: *“No, pero cuatro por cuatro dieciséis...”*. Está dando por hecho que si agrega un bote, tiene que haber cuatro personas más. Y los amigos son quince.

Si recapitulamos lo acontecido hasta el momento, la estrategia óptima es la división y a ella recurre Paula en la búsqueda de una solución. Sin embargo, al momento de dar respuesta a la situación que se propone, no entra entre sus conocimientos el tomar en cuenta el resto. La idea de división que está pesando es la de división exacta, a pesar de haber un resto. Ella lo desestima. Cuando vuelve al contexto, a la situación particular, considera los quince amigos y cae en la cuenta de que tres por cuatro es doce y no quince. En ese momento decide recurrir al registro gráfico.

En este caso, cuando tiene que dar respuesta, el dibujo le permite “ver” una información que no logra ver en el algoritmo. Sin embargo es interesante la resistencia y la incomodidad que la coexistencia de ambos registros le ocasiona. Ambos registros de representación le dan información aparentemente distinta: en tanto el algoritmo de la división la obliga a responder “tres”, el registro gráfico le dice que son tres más uno.

Cabe analizar, además, que los números en juego (en este caso, números pequeños) habilitan a que aparezca algo que “parece no andar bien”. Si los números fueran más grandes, probablemente Paula no hubiera tenido a disposición en su repertorio los cálculos necesarios para sentir esa molestia. *“Tenés que buscar un número que no se pase de quince, un número que multiplicado por cuatro me dé quince o menos de quince.”* Si en lugar de 15 y 4, los números hubieran sido 1500 y 400 tal vez nada le hubiera hecho ruido y su respuesta hubiera sido 300 sin ningún cuestionamiento. El repertorio de cálculo del que dispone interviene en este caso como herramienta de control en la medida en que le permite tomar distancia del algoritmo y decidirse a explorar por otro camino las relaciones entre los datos.

Una resistencia suficiente

Como dijimos, los dos registros elegidos para buscar una solución parecen darle información distinta. Sin embargo, cabe observar cómo la elección del dibujo para representar la situación habilita o propicia el avance en la mirada en cuanto a la información que le brinda el algoritmo convencional de la división, que en un principio desestimó. Ahora, a diferencia de la primera respuesta en relación al algoritmo dice: *–te sobran tres y son tres botes*. Hay un avance hacia la consideración o el “descubrimiento” de esos tres que sobran, del resto.

No obstante, su concepto de división le hace interferencia: *Cuatro por cuatro dieciséis...* Esto no parece corresponderse con la búsqueda de *un número que multiplicado por cuatro me dé quince o menos de quince*.

E: *–¿Entonces?*

Paula: *–Cinco en cada bote. Me sobran tres y ponés uno más en cada bote, pero no te da... Si-guen siendo tres botes y no te sobra nada. Mirá, ¿cuántas veces entra el quince en el cuatro?*

E: *–Ninguna.*

Ella insiste recurriendo a su dibujo intentando convencerme... ¿o convencerse?

Paula: *–Pero mirá: si hay un bote de cuatro; un bote de cuatro; un bote de cuatro y te sobran tres... (Y luego de unos segundos) –Pero ¡no me puede dar cinco!*

Protesta con cierta incomodidad al atender la restricción que la consigna le marca: “En cada bote pueden ir hasta 4”. La respuesta: “Tres botes con cinco personas cada uno” es lo que parece ser una opción que el contexto extramatemático le permite visualizar como pertinente, lógica, posible... hasta que entra a operar la restricción de la consigna de que no pueden ser cinco personas en cada bote. Esto la obliga a volver sobre el cociente para tener que desestimarlo una vez más como respuesta posible. Podríamos pensar que ella “ve” que el cociente (que es lo que ella concibe desde el principio como el resultado de la división) le “dice” tres, pero que de esa manera quedan tres amigos sin navegar. En función de esta realidad quiere decir que con una persona más en cada bote, estaría resuelto el problema...



Paula: *–Cuatro en cada bote y uno arriba del otro (plantea en un nuevo intento por encontrar la solución).*

Con el propósito de llevarla nuevamente a la consigna le pregunto: *¿Cuál es la pregunta?*

Leyendo en la consigna dice: “¿Cuántos botes alquilan?” y sigue: “¿Ves? Si fuera dividido cinco, ¿sería más fácil! Cinco en cada bote”. Esta solución le permite que su definición de división le cierre y no queden huecos, aunque esto le obligue a cambiar hasta de divisor: tres es un número que multiplicado por cinco le da quince.

E: *–Pero ¿podés cinco en cada bote?*

Paula: *–No, cuatro en cada bote. (Y queda centrada en el cinco que ella anticipa) –Cinco por cuatro... Alquilan cinco botes.*

Nuevamente es necesario traerla al problema.

E: *–¿Por qué dividís entre cuatro?*

Paula: *–¿Cómo por qué divido entre cuatro? Porque la maestra puso que hasta cuatro amigos. Porque cuatro, cuatro, cuatro, pueden ir en cada bote (dice apoyándose en su dibujo).*

E: *–¿Y ahí cuántos botes tenés?*

Mirando el algoritmo dice: “tres...” Mirando su dibujo: “¿Cuatro botes! Porque le agrego uno más”.

Piensa y se repite como intentando convencerse: “Alquilo cuatro”. Silencio. Parece haberse convencido. Pero al momento de pedirle que dé razones...

E: –¿Por qué?

Paula: –*Porque esos tres (en referencia a los tres primeros botes dibujados) como no puedo poner cinco en cada bote... (y vuelve a repetirse) No, pero cuatro por cuatro dieciséis... Quince dividido seis, no... (aventura y desestima inmediatamente). Los pongo en otro bote.*

E: –¿Cuánto tiene el otro bote?

Paula: –Tres.

E: –¿Y eso se puede?

Ya bastante molesta responde: “No puedo agregar otro bote porque cuatro por cuatro dieciséis. No puedo agregar otro bote”. Acá hay otra idea que le genera conflicto y es la que al dividir, “las partes tienen que ser iguales”. Pensar que pueda haber tres botes con cuatro personas y uno con tres, significa que es posible que los “repartos”, en este caso, los agrupamientos, no sean equitativos.

E: –¿Qué te está molestando?

Paula: –*La división (responde convencida).*

E: –¿Por qué?

Paula: –*Porque mirá: si yo divido entre cuatro porque la tabla del cuatro no tiene un quince, tiene doce, y con ese doce te sobran tres, y lo que me está jorobando es la división.*

¿Cuál es el problema?

Que la división es la operación cuyo sentido es el más complejo de construir no parece ser objeto de discusión entre los docentes preocupados por su enseñanza. Cuando hacemos referencia a la construcción del sentido seguimos a Brousseau:

«Para G. Brousseau (1983), “el sentido de un conocimiento matemático se define:

- no sólo por la colección de situaciones donde este conocimiento es realizado como teoría matemática; no sólo por la colección de situaciones donde el sujeto lo ha encontrado como medio de solución,

- sino también por el conjunto de concepciones que rechaza, de errores que evita, de economías que procura, de formulaciones que retoma, etc.» (Charnay, 1998:52-53)

Si pensamos en la definición del sentido desde la perspectiva de la psicología cognitiva, Peltier plantea:

«Para G. Vergnaud (...) el sentido es una relación del sujeto con las situaciones y con los significantes.

Más precisamente, son los esquemas, es decir las conductas y su organización, evocados por el sujeto individual para una situación o para un significante, los que constituyen el sentido de esta situación o de ese significado para ese individuo.» (Peltier, 2003:30-31)

Desde este marco parece sencillo acordar en que la construcción del sentido de la división como objetivo de enseñanza del ciclo escolar exige tomar en consideración los distintos aspectos que este incluye, las situaciones que permite resolver y aquellas que no. Entre los aspectos a tomar en cuenta al momento de planificar la enseñanza de la división, el algoritmo es tan solo uno entre otros de igual importancia. Ante este estado de situación, a nadie escapa la compleja tarea que tiene el colectivo docente de una escuela cuando se trata de diseñar o seleccionar clases de problemas que permitan a los alumnos la construcción del sentido, en este caso, de la división en cuanto operación. Entre los aportes teóricos a tomar como insumo potente para la planificación de la enseñanza de la división se encuentra la teoría de los campos conceptuales propuesta por Vergnaud.

Consideramos que la tipología propuesta por Vergnaud (1991) en relación específicamente a las estructuras multiplicativas, por el caso que nos convoca, es de gran valor en la medida en que provee de insumos a los docentes para diseñar secuencias de enseñanza. Le ofrece al maestro elementos teóricos para identificar en los problemas propuestos, los objetos matemáticos que se ponen en juego y sus relaciones, la complejidad de cada uno para el alumno, los procedimientos disponibles, las



formas de representación. En ese sentido, esta información le permite tomar decisiones al momento de seleccionar y presentar variedad de situaciones.

Sin embargo, en el caso de la situación que estamos analizando no resulta tan fácil encontrar respuestas, en la teoría de campos conceptuales de Vergnaud, a esta dificultad a la que se enfrenta Paula al momento de tener que resolver el problema. Si tenemos en cuenta que la citada es una teoría del desarrollo cognitivo, que es resultado de consideraciones psicológicas y matemáticas, y no una teoría didáctica, tal vez corresponderá buscar respuestas en otro lugar.

Recurrimos a la Didáctica de la Matemática en la búsqueda de alguna línea para avanzar en esta dirección. A propósito, consideramos potente mencionar a M. Artigue cuando retoma la definición de concepto de Vergnaud y la articula con la de concepción:

«Así como se distinguen en un concepto matemático la noción matemática tal como se define en el contexto del saber sabio en una época dada, el conjunto de significantes asociados al concepto, la clase de problemas en cuya resolución toma su sentido, los teoremas, las técnicas algorítmicas específicas del tratamiento del concepto, así también se distinguirán en las concepciones de los sujetos esos diferentes componentes y, en particular, la clase de situaciones-problema que dan su sentido al concepto para el alumno, el conjunto de significantes que él es capaz

de asociar a dicho concepto, en particular las imágenes mentales, las expresiones simbólicas, los teoremas, los algoritmos de los que dispone para manipular el concepto.» (Artigue, 1984 *apud* Peltier 2003:33-34)

En el caso que nos ocupa, que es el sentido de la división para un sujeto –alumno en edad escolar–, ese sentido está constituido tanto por todos los esquemas que el sujeto puede poner a funcionar para abordar las situaciones a las cuales se enfrenta y que implican la idea de división, como por el conjunto de esquemas que puede poner en uso para operar con las distintas “marcas” que representan la división, sean lingüísticas o no lingüísticas, como símbolos, números, letras o representaciones gráficas.

En el caso de Paula, al momento de dar respuesta, la alumna puso a funcionar esquemas que le permitieron abordar la situación que se le planteó. Las huellas, la evidencia de esa puesta en funcionamiento quedó representada en una primera instancia a través del algoritmo convencional de la división. Sin embargo, el sentido construido hasta este momento acerca de la división, muy pegado aún a la división exacta, no le permitió arribar a una respuesta acertada. Cabe tomar en consideración que es posible suponer que ese mismo conocimiento es el que la habilita a darse cuenta de que tres –el cociente– no es la respuesta, ya que al multiplicar 3×4 el dividendo sería 12, mientras que si fuera 4×4 sería 16. Ninguna de las dos multiplicaciones le permite reconstruir el dividendo que ella necesita.

En cuanto al resto, si bien lo desestima en el algoritmo, sabe también que no puede seguir “partiéndolo”. En este caso es el contexto –el hecho de que son personas– lo que se lo impide. Y es a partir de estas cuestiones que se movilizan que decide operar con otras marcas que, en palabras de Artigue, forman parte del “conjunto de significantes que él es capaz de asociar a dicho concepto”. En esta oportunidad opta por una representación gráfica o icónica.

Ahora bien, aun con los dos registros a la vista, es interesante observar que la dificultad de establecer relaciones entre ambos registros de representación persiste y resiste.

“Hablan” los registros

Las escrituras aritméticas, en este caso representadas por el algoritmo convencional de la división, constituyen representaciones simbólicas particulares en la medida en que para ellas se emplean símbolos convencionales utilizados por la Matemática. La implicancia de traducir el enunciado del problema a una escritura numérica es indicadora de una modalidad experta de representación, que *debería* permitir dar la respuesta solicitada a un menor costo. El uso del condicional pone en evidencia que esta podría, a primera vista, tomarse como índice para pensar que el sentido del problema estaría adquirido. Sin embargo, a pesar del reconocimiento de la escritura aritmética como modalidad experta, la interpretación del algoritmo convencional de la división, en el caso de Paula, la hace incurrir en una respuesta no acertada. De hecho, recurrir a otra modalidad de representación –concretamente, el dibujo de los barcos y las rayitas– que podría categorizarse como “más primitiva”, es lo que le permite centrarse en el resto y avanzar en las relaciones entre los objetos.

En ese sentido, a partir de los registros empleados podemos afirmar que si bien hay un caso de concordancia entre la representación icónica de la situación y la escritura aritmética que traduce la solución, lo que parece establecer la discordancia es la interpretación que realiza Paula de ambos registros.

El hecho de que Paula haya reconocido a la división como operación que resuelve la situación, no nos permite afirmar que el sentido del concepto esté construido. En este caso es el registro icónico el que le permite “descubrir” el resto en el algoritmo, poniendo en jaque el concepto de división. Parece posible agregar entonces que el establecimiento de relaciones entre la escritura aritmética y la representación icónica es un aspecto que también contribuye a la construcción del sentido.

Hacia la construcción del sentido... ¿qué otros problemas?

Brousseau, en los fundamentos de su Teoría de las Situaciones, plantea la hipótesis de que *«el sentido de un conocimiento proviene, en gran parte, del hecho de que el alumno lo adquiera adaptándose a las situaciones didácticas que se le proponen»*, y además sostiene que *«existe, para todo conocimiento, una familia de situaciones, susceptible de darle un sentido correcto»* (1986:25).

De las palabras de Brousseau es posible deducir una vez más que la tarea del docente se presenta como fundamental en la medida en que es el responsable de la devolución de las situaciones didácticas a los alumnos, y de la selección y diseño de esa familia de situaciones.


Con el objeto de aportar algunos elementos que nos permitan continuar avanzando, Julio (1995) propone una estrategia didáctica para ayudar a los alumnos a engrandecer su representación del problema así como para resolver y enriquecer el contexto que caracteriza al problema dado. Para ello considera oportuno proponer, en forma simultánea, varios enunciados de este problema en los que solo cambia el contexto semántico. En el caso que nos ocupa serían problemas como:

- ▶ Tengo 15 panes de campo para hornear en placas en las que no entran más de 4. ¿Cuántas placas necesito?
- ▶ Elena planifica una fiesta para amigas en un lugar apartado de la ciudad. Sus 15 amigas se organizan para ir en taxi. Sabiendo que en cada taxi pueden viajar hasta 4 personas, ¿cuántos taxis deben contratar?

El alumno puede elegir cuál resolver o resolverlos todos.

Por otra parte, a partir de los conocimientos puestos en juego y jaqueados a propósito de la división en la situación propuesta, focalizando en la intervención del docente consideramos oportuno plantear situaciones, en las que la operación involucrada sea la división entera como estrategia que obliga a centrar la mirada en el resto. De esta manera se contribuye al enriquecimiento del concepto de división.

En esa dirección, y pensando especialmente en el caso que originó este artículo, creemos necesario pensar en distintas situaciones –en cuanto otra “familia de situaciones”– en las que el resto de la división adquiere relevancia, y que podrían ayudar a dar un sentido más cercano al conocimiento en términos de lo planteado por Brousseau. Estas situaciones son aquellas en las que es exigido fraccionar el resto y en las que el resto no se fracciona; situaciones en las que el resto se desecha; cuando el resto modifica la respuesta, ya sea por fraccionarlo o por agregar uno al cociente (es el caso que originó este artículo); cuando la respuesta es el resto y se desecha el cociente.

No por último menos importante es el hecho de destacar el valor que la puesta en palabras –en este caso obligada por la entrevista didáctica/intervención docente– de los conocimientos que se ponen en juego por parte del alumno, abona al razonamiento y colabora en la organización de la acción. Además de la representación mediante el lenguaje, el uso de distintos registros, la exigencia de tener que volver sobre lo realizado y validarlo empírica o intelectualmente, cumplen un lugar impostergable en la construcción del sentido de los conceptos matemáticos. 

Bibliografía

- BROUSSEAU, Guy (1983): “Les obstacles épistémologiques et les problèmes en mathématiques” en *Recherches en Didactique des Mathématiques*, Vol. 4, N° 2, pp. 167-193. Grenoble: La Pensée Sauvage, éditions.
- BROUSSEAU, Guy (1986): “Fundamentos y métodos de la didáctica de las matemáticas” en *Recherches en Didactique des Mathématiques*, Vol. 7, N° 2, pp. 33-115. Original: “Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques”. Traducción: Julia Centeno Pérez, Begoña Melendo Pardos, Jesús Murillo Ramón. En línea: http://cimate.uagro.mx/ivanlopez/seminario/archivos/Brousseau_Fondements.pdf
- CHARNAY, Roland (1998): “Aprender (por medio de) la resolución de problemas” en C. Parra e I. Saiz (comps.): *Didáctica de Matemáticas. Aportes y reflexiones*. Buenos Aires: Paidós Educador.
- JULO, Jean (1995): *Représentation des problèmes et réussite en mathématiques. Un apport de la psychologie cognitive à l'enseignement*. Rennes: PUR.
- PELTIER, Marie Lise (2003): “Problemas aritméticos. Articulación, significados y procedimientos de resolución” en *Educación Matemática*, Vol. 15, N° 3, pp. 29-55. En línea: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=40515303>
- VERGNAUD, Gérard (1991): *El niño, las matemáticas y la realidad. Problemas de la enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria*. México: Ed. Trillas.