

**MENCIÓN**Concurso de Trabajos Pedagógico-Didácticos
de la revista *QUEHACER EDUCATIVO*, 2018

Las construcciones en Geometría

Un vínculo hacia las propiedades Organizando la enseñanza a través de secuencias

María Ana Ipar Dematté | Maestra. Integrante del equipo de Formadores en territorio en el área de Matemática (PAEPU) y del equipo de Formadores de Matemática (IFS).

1. Introducción

Con referencia a la Geometría en el marco del programa escolar vigente: «*Se propone un enfoque didáctico que enfatice la construcción de significados a través de la problematización del conocimiento geométrico*» (ANEP. CEP, 2009:66).

Es en este sentido que se focaliza en un tipo de actividades, las construcciones, para explorar, elaborar conjeturas, extraer conclusiones y favorecer el desarrollo de relaciones con las propiedades de los objetos geométricos estudiados.

También será necesario, a lo largo del ciclo escolar, introducir otro tipo de actividades que exijan nuevos modos de hacer por parte del alumno. Así, las actividades de reproducir y reconocer, las que favorecen la identificación de propiedades, las de descripción, las que ponen el foco en la explicación y en la fundamentación con ideas matemáticas serán otras puertas de entrada a la conceptualización de estos entes ideales que se constituyen en el objeto de estudio de la Geometría.

Es justamente esta característica de la disciplina la que exige la coordinación y la interacción entre los distintos registros de representación semiótica.

2. ¿Por qué trabajar en el marco de una secuencia?

De acuerdo a lo explicitado por Agrasar y Chermello (2016), la secuencia como organizador didáctico debe habilitar al alumno al establecimiento de una red de relaciones en torno a un contenido matemático, en nuestro caso, geométrico.

Las autoras plantean que el diseño de secuencias con unidad de sentido implica un conjunto de problemas que se vinculan con relación a la enseñanza de un contenido. Para ello es necesario pensar en un propósito que oriente la elección y vaya conectando las actividades en un recorrido que pueda ser claramente especificado en términos de lo enseñado y lo aprendido. Una propuesta didáctica de calidad conlleva que los problemas –en los

términos que menciona Charnay (1995)¹– se encadenen formando secuencias didácticas que tienden a tornar más complejo, resignificar, transformar un concepto.

3. El valor de las construcciones en Geometría

«Por otro lado, el trabajo con actividades de construcción de distintas representaciones de las figuras, tanto planas como del espacio, y el uso de diferentes instrumentos habilita a usar las propiedades ya construidas y abre la posibilidad de identificar, sobre las figuras en juego, otras propiedades que hasta ahora no hayan emergido. En este sentido, las construcciones pueden ser una buena entrada al trabajo con las argumentaciones y al carácter de necesidad de los resultados de esas actividades de manera de ir independizándolos de la experimentación.» (ANEP. CEIP. CACEEM, 2017c:94)

4. Libro para el Maestro y Cuadernos para hacer Matemática: nuevos documentos que ponen en acto una manera de considerar el hacer matemático

La producción de estos materiales fue realizada considerando documentos curriculares como el *Programa de Educación Inicial y Primaria* (ANEP. CEP, 2009) y el *Documento Base de Análisis Curricular* (ANEP. CEIP, 2016). Los libros para el maestro y los cuadernos de los alumnos van en concordancia con la idea de trabajo en ciclos que sostiene el CEIP y al tomar como base los documentos mencionados, los contenidos matemáticos se encuentran en relación con los Perfiles de Egreso de Tercero y Sexto de Primaria.

Estos materiales no están pensados en términos de secuencias, sino que están formulados a partir de “familias de problemas” que combinan los perfiles de egreso por cada eje del área a desarrollar y teniendo en cuenta el aspecto del contenido que se profundiza en cada caso. Ello le permitirá al maestro agregar, modificar, cambiar el orden de las actividades construyendo secuencias ajustadas de acuerdo

a los recorridos de los distintos grupos y a las características de esa comunidad de aprendizaje.

5. Una secuencia posible, atravesada por construcciones de figuras del espacio

La idea de las construcciones a partir de un conjunto de datos no es mostrar en la pizarra para que los alumnos “reproduzcan lo mismo”. En ese caso, la actividad cognitiva del alumno quedaría reducida a reproducir lo hecho y a no poner en juego las propiedades que cumplen las figuras.

Las actividades de construcción son una buena excusa para continuar profundizando las propiedades de las figuras del espacio, favoreciendo un vínculo con los otros perfiles.

Se atenderá a la inclusión de actividades cuya respuesta es única y de otras de respuesta múltiple para introducir y poder concluir que no siempre los problemas tienen solución o la misma es una sola.

La lectura y la escritura en matemática son habilidades que se desarrollan y fortalecen a lo largo de las actividades de construcción, ya que habilitar el registro de las etapas transitadas favorece guardar memoria de lo hecho y discutir las propiedades que validan cada paso.

Articular los problemas a lo largo de la secuencia obliga a ir variando algunos aspectos y dejando otros fijos. Para ello, las variables didácticas juegan un papel fundamental. *«Las variables cuyo cambio exige que el alumno modifique las relaciones que pone en juego en su interacción con la situación se llaman, en la teoría, variables didácticas.»* (Sadovsky, s/f:6)

5.1. Propósito de la secuencia

Abordar la diferenciación entre prismas y pirámides a partir de actividades de construcción.

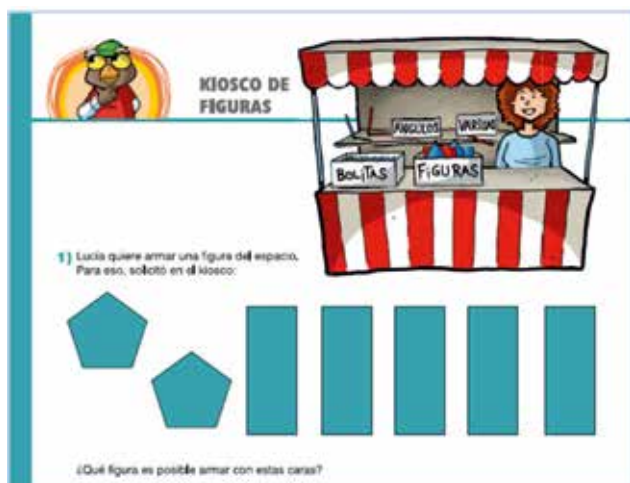
5.2. Contenidos ligados a perfiles

Relaciones entre poliedros (prismas y pirámides). Distintas representaciones de prismas y pirámides. Leer y escribir en matemática.

¹ Debe ser comprendido por todos los alumnos, permitir el empleo de los conocimientos anteriores, pero ofrecer una resistencia suficiente para llevar al alumno a hacer evolucionar los conocimientos anteriores constituyéndose en un desafío intelectual. Finalmente es deseable que la validación no esté a cargo del docente, sino de la situación misma (cf. Charnay, 1995).

5.3. Desarrollo de las actividades

Actividad 1



Fuente: ANEP. CEIP. CACEEM (2017a:72)

Responde al perfil “construir o copiar figuras a partir de propiedades”.

Objetivo-contenido: Caras de los prismas rectos.

Se podría incorporar una nueva actividad mediante la introducción de variables didácticas que permitan avanzar en las relaciones entre prismas y pirámides, siempre sosteniendo el trabajo con propiedades de las caras.

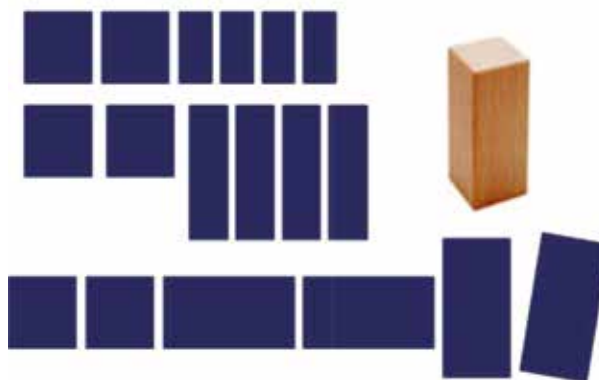
Actividad 2

Lechuza quiere modificar la figura que armó Lucía y obtener una pirámide pentagonal recta. ¿Qué figuras debe devolver y cuáles pedir en el kiosco? Anótalo. Puedes comprobarlo armando la nueva figura usando bolitas de plastilina.

Objetivo-contenido: Relación entre la forma de las caras de prismas y pirámides. Relación cara-arista: cada arista de la/s base/s concurre con una lateral.

Se habilita la validación desde la consigna mediante la construcción efectiva de la pirámide a partir de las figuras canjeadas en el kiosco. Bajo estas condiciones, el trabajo es de corte exploratorio pensando en alumnos de tercer o cuarto grado, habilitando la construcción de conjeturas que pueden ser discutidas y guardando memoria de las mismas a partir de los registros de los niños previos a la construcción.

Actividad 3



Actividad adaptada de ANEP. CEIP. CACEEM (2017a:73)

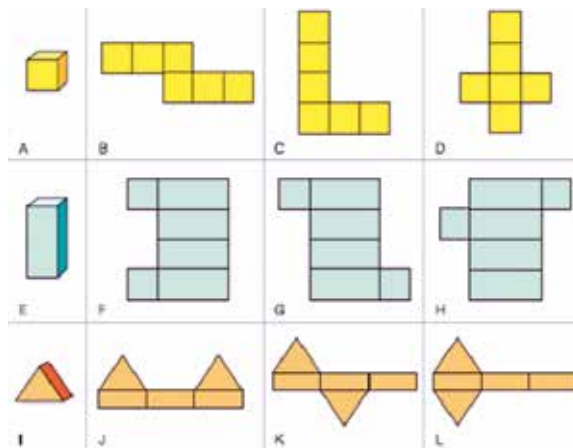
¿Qué huellas dejó este prisma?

Objetivo-contenido: Propiedades de las caras y de las caras laterales. Escribir y leer en matemática (distintos registros de representación).

Aquí se plantea reinvertir lo construido en la Actividad 2 en cuanto a que las caras laterales deben “encajar” en las aristas de la base en prismas y pirámides.

Es oportuno introducir variables de acuerdo al recorrido del grupo o de algunos alumnos en particular, para favorecer que todos puedan abordar el problema: permitir manipular el modelo sólido, alejarlo para que tan solo puedan visualizarlo, habilitar el recortado de las caras para manipular y validar solo desde lo empírico o exigir, además, la producción de un texto (que puede ser en lenguaje natural y/o apoyado en una representación figural) que dé cuenta de las razones que consideraron para seleccionar el grupo de figuras solicitado.

Actividad 4



Analiza estos desarrollos planos.

Arma el prisma representado con el/los desarrollo/s que lo permitan. Explica las razones por las cuales algunos desarrollos no admiten la construcción.

Objetivo-contenido: Prismas, desarrollos planos, vértices y aristas. Escribir en matemática.

La actividad exige la lectura en dos registros diferentes de representación figural: los desarrollos planos puestos en correspondencia con las representaciones planas en perspectiva de los prismas.

El docente puede optar por ofrecer las representaciones sólidas, las cáscaras de los prismas o dejarlos disponibles para quienes necesiten consultar otra representación que aporte más información. Estas representaciones en perspectiva ocultan caras, aristas y vértices, por tanto el trabajo intelectual del alumno se ve incrementado. De manera análoga, los desarrollos planos ofrecen información acerca del número de aristas y vértices que no es veraz (hay lados que constituyen una sola arista y vértices que al construir la figura componen uno solo).

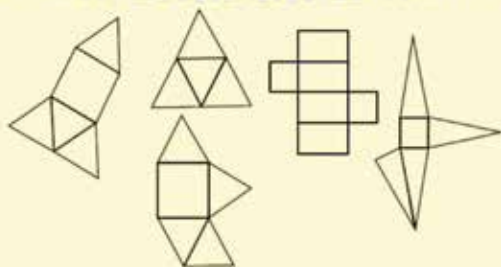
Desde la gestión es importante habilitar una instancia de puesta en común para confrontar aquellas explicaciones que el docente seleccione, con el fin de ir construyendo algunas propiedades de las caras de los prismas: las caras laterales de los prismas son polígonos, una cara es base si existe una cara paralela e igual ella y las restantes son paralelogramos, hay prismas que tienen tres pares de bases (paralelepípedo).

Actividad 5



DEL ESPACIO AL PLANO Y DEL PLANO AL ESPACIO

1) ¿Cuál o cuáles de los modelos dibujados corresponde o corresponden a una pirámide de base cuadrada? Explica las decisiones tomadas.



Fuente: ANEP. CEIP. CACEEM (2017b:14)

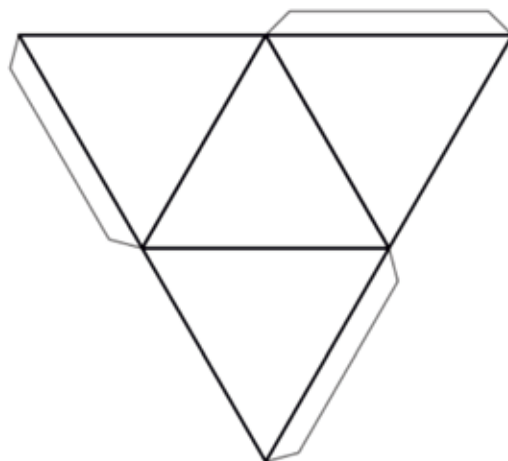
Objetivo-contenido: Desarrollos planos en prismas y pirámides.

La actividad pone el foco en las caras, a la vez que favorece construir las relaciones entre vértices y aristas "repetidas" en los desarrollos. Otro asunto a discutir a propósito de la actividad es la ubicación conveniente de las caras en el plano para generar la cáscara por plegado.

Es una actividad que permite tender puentes y vincularla con el trabajo con esqueletos abordado en el Primer Ciclo.

Una variable didáctica conveniente sería contar con los desarrollos ampliados disponibles en cartulina, ya que algunos de ellos ofrecerán un grado de complejidad que requerirá que los alumnos vuelvan sobre las validaciones empíricas.

Actividad 6



Fuente: ANEP. CEIP. CACEEM (2017b:14)

Para armar esta pirámide, ¿cuántas bolitas de plastilina y cuántas varillas necesitarías?

Objetivo-contenido: Pirámide, aristas y vértices.

Esta actividad permite articular lo trabajado con desarrollos planos de pirámides y confrontarlo con otra representación; en este caso, esqueletos. Se va a evidenciar que hay aristas que son "a la vez" laterales y de la base, lo mismo ocurre con algunos de los vértices que se reiteran en el desarrollo para constituirse luego en uno solo.

Pensar qué representa cada varilla y cada esferita con respecto a la pirámide permite poner en relación plano y espacio, y tejer nexos entre las propiedades de las figuras del plano y las del espacio.

Actividad 7²

Si fuera una pirámide de base pentagonal, ¿cuántos palitos y bolitas necesitarías?

Objetivo-contenido: Relación entre número de aristas de la base, aristas laterales y aristas totales. Relación entre número de vértices de la base y vértices totales en pirámides.

Esta actividad extiende lo trabajado en la Actividad 6 y permite extrapolar el conocimiento a otras pirámides. Es una invitación a la generalización.

Actividad 8

Dos bases iguales y paralelas	Las caras laterales son rectángulos	Aristas laterales iguales y paralelas entre sí	El total de aristas es múltiplo de 3	El total de vértices menos 1 es igual a los de la base
Una base	El total de vértices es el doble de los de la base	Aristas laterales no paralelas entre sí	Tres pares de bases	Dos caras laterales consecutivas determinan una arista lateral
El total de aristas es el triple de las de la base	El total de vértices es igual a los de la base más 1	Caras laterales triangulares	Cada vértice es vértice de dos aristas de la base y una lateral	En un vértice concurren todas las aristas laterales
Por lo menos tres caras son paralelogramos	Todos los vértices son vértices de alguna de las bases	Por cada vértice de la base existe una arista lateral y viceversa	Tiene por lo menos tres caras triangulares	El total de aristas de la base coincide con las aristas laterales

¡A dibujar figuras!

Materiales: Veinte tarjetas como las que se muestran en el gráfico, papel liso y lápiz.

Organización de la clase: Grupos de cuatro integrantes.



Desarrollo del juego: Cada grupo mezcla las tarjetas y se reparten cuatro a cada jugador. El jugador analiza sus tarjetas y dibuja a mano alzada una sola figura que cumpla con la mayor cantidad posible de propiedades de las tarjetas que recibió. Cuando muestra la figura dibujada al resto del grupo, si estos acuerdan en que es válida, obtiene un punto por cada tarjeta tenida en cuenta.

Consideraciones didácticas: Este juego permite volver sobre las propiedades construidas y ponerlas en relación con un tipo de representación figural que el alumno elija. Como variable se podría incorporar la posibilidad de retirar el cuerpo indicado de la caja de cuerpos para tenerlo disponible al momento de hacer la representación (se consideran válidos dibujos en el plano de los cuerpos, desarrollos planos, etc.). Todas son representaciones figurales que los alumnos deberán poner en diálogo con las propiedades expresadas en las tarjetas.

Es admisible incorporar un secretario por equipo a efectos de que lleve un registro de las figuras construidas y las propiedades que fueron aceptadas para dicha figura, de manera de tener un repertorio de propiedades que luego se pondrá a discusión en la clase y oficiará como “ayuda memoria” además de abrir la posibilidad de ir ampliando ese registro en nuevas instancias de juego.

² Actividad adaptada de ANEP. CEIP. CACEEM (2017b:15)

Evaluación

IDEA MATEMÁTICA	V	F	EXPLICACIÓN
A) Algunos prismas tienen tres pares de bases.			
B) Para construir una pirámide necesito por lo menos cuatro caras.			
C) En prismas y pirámides, dos caras laterales cualesquiera determinan una arista lateral.			
D) Todos los prismas y las pirámides tienen un número par de vértices.			
E) El total de aristas de una pirámide es el triple de las aristas de la base.			
F)			
G)			

¿Es verdadero o es falso? Explica en cada caso en qué te basas. Puedes dibujar, escribir... En las filas F y G escribe otras propiedades de los poliedros estudiados, indica si son verdaderas o falsas y explica tu respuesta.

Referencias bibliográficas

AGRASAR, Mónica; CHEMELLO, Graciela (2016): "Enseñar construyen una red de conocimientos. Los aportes didácticos de las secuencias de enseñanza" en *QUEHACER EDUCATIVO*, N° 140, pp. 46-57. Montevideo: FUM-TEP.

ANEP. CEIP. República Oriental del Uruguay (2016): *Documento Base de Análisis Curricular*. Tercera Edición. En línea: http://www.ceip.edu.uy/documentos/normativa/programaescolar/DocumentoFinalAnálisisCurricular_diciembre2016.pdf

ANEP. CEIP. CACEEM. República Oriental de Uruguay (2017a): *Cuaderno para hacer Matemática en Cuarto*. En línea: http://www.ceip.edu.uy/documentos/2018/biblioteca/web/matematica_cuarto.pdf

ANEP. CEIP. CACEEM. República Oriental de Uruguay (2017b): *Cuaderno para hacer Matemática en Quinto*. En línea: http://www.ceip.edu.uy/documentos/2018/biblioteca/web/matematica_quinto.pdf

ANEP. CEIP. CACEEM. República Oriental del Uruguay (2017c): *Libro para el Maestro. Matemática en el Segundo Ciclo*. En línea: http://www.ceip.edu.uy/documentos/2018/biblioteca/web/matematica_maestro_segundoCiclo.pdf

ANEP. CEP. República Oriental del Uruguay (2009): *Programa de Educación Inicial y Primaria. Año 2008*. En línea (Tercera edición, año 2013): http://www.ceip.edu.uy/documentos/normativa/programaescolar/ProgramaEscolar_14-6.pdf

CHARNAY, Roland (1995): "Aprender (por medio de) la resolución de problemas" en C. Parra, I. Saiz (comps.): *Didáctica de Matemáticas. Aportes y reflexiones*. Buenos Aires: Paidós Educador.

CHEMELLO, Graciela (coord.) (2004): *Juegos en Matemática EGB2. El juego como recurso para aprender. Material para docentes*. Buenos Aires: Ministerio de Educación, Ciencia y Tecnología de la Nación. En línea: <http://repositorio.educacion.gov.ar/dspace/bitstream/handle/123456789/95030/egb2-docentes.pdf?sequence=1>

SADOVSKY, Patricia (s/f): "La Teoría de Situaciones Didácticas: un marco para pensar y actuar la enseñanza de la Matemática". En línea: https://www.fing.edu.uy/grupos/nifcc/material/2015/teoria_situaciones.pdf