

Múltiplos – Divisores

Una dupla inseparable

Beatriz Rodríguez Rava | Maestra. Licenciada en Ciencias de la Educación (FHCE, UdelAR). Postgrado en Ciencias Sociales con mención en Constructivismo y Educación (FLACSO/UAM). Coordinadora del Equipo de Investigación e Innovación en Enseñanza de la Matemática de la revista *QUEHACER EDUCATIVO*.

Pensar la enseñanza de las operaciones multiplicativas (multiplicación y división) es pensar en un complejo entramado que incluye diversos conceptos y aspectos a considerar: divisores, múltiplos, propiedades, regularidades, cálculo, algoritmos, representaciones, relaciones con otras operaciones y con el Sistema de Numeración Decimal, números naturales, fracciones y expresiones decimales, distintos significados de las operaciones.

Es claro que este entramado debe ser organizado y jerarquizado a lo largo de varios años del ciclo escolar primario. Esto aleja aquella idea de que los alumnos aprenden a multiplicar y dividir en Segundo grado, y en el resto de la escolaridad solo se involucran números con mayor cantidad de cifras o expresiones decimales.

En este artículo me centraré en uno de los conceptos constitutivos de este entramado: la relación MÚLTIPLO-DIVISOR.

¿Qué dice el programa escolar vigente sobre múltiplos y divisores?

Su primera aparición se ubica en Cuarto grado, en el bloque Número Naturales, bajo el título “Divisibilidad”. Ahí se expresa: “*La divisibilidad por 4, 8 y 100*”, “*Los múltiplos y divisores*” (ANEP. CEP, 2009:166). Si bien en Tercer grado aparece bajo ese mismo título “*La divisibilidad por 2, 5 y 10*” (*idem*), no hay mención expresa a los múltiplos y divisores. Luego, en Quinto grado, en el bloque Operaciones, bajo el título “Cálculo pensado” aparece “*Los múltiplos de los primeros números primos: 2, 3, 5 y 7*” (p. 171). Posteriormente, en Sexto grado, en el apartado “Álgebra” hay una nueva mención a los múltiplos “*Las expresiones generalizadas de múltiplos de 2, 3 y 4*” y “*Las relaciones entre múltiplos*” (p. 178).

Algunas preguntas que surgen a partir de esta presencia en el programa escolar son: ¿Qué involucra la “divisibilidad”? ¿Refiere a los criterios de divisibilidad en cada caso? ¿Qué particularidad le atribuyen a la divisibilidad por 2, 5 y 10 que no tiene la divisibilidad por 4, 8 y 10? ¿A qué responde esta separación en dos años diferentes? ¿Qué presencia tendría la relación múltiplo-divisor en Quinto y Sexto grado?

Partimos de la idea de que las operaciones multiplicación y división son parte de una misma estructura o, al decir de Vergnaud (1991), de un mismo campo conceptual. Por ende consideramos que su enseñanza debe estar íntimamente relacionada. Del mismo modo sostenemos que los conceptos de múltiplo y divisor constituyen una dupla indisoluble. No podemos entender estos conceptos desligados de esa relación.

Sabemos que al introducir la noción de multiplicación y de división (no refiero al algoritmo) en Segundo grado, ingresa conjuntamente el uso de la dupla múltiplo-divisor. Es en el Primer Nivel escolar en el que se comienzan a **utilizar** los múltiplos y los divisores. Será años más tarde, tal vez en un Quinto, Sexto grado, cuando esa relación se convierta en objeto de estudio. Es el momento en el que se deberían explicitar los aspectos a abordar, las formas en que los alumnos se aproximen a la conceptualización de esta relación a partir de lo que ya saben. A esa altura de la escolaridad, los alumnos cuentan con un rico repertorio multiplicativo que les dará la posibilidad de enfrentar problemas vinculados con el uso de múltiplos y divisores.

Por otra parte debemos considerar lo que el sistema educativo propone con respecto a este tema como perfil de egreso de Tercer y Sexto grado escolar (ANEP. CEIP, 2016:22).

Si bien aparecen los “múltiplos” y los “divisores” como una regularidad de la Numeración, entendemos que lo que se incluye en el perfil de egreso de Tercer grado no hace referencia a esa relación por aparecer más tardíamente en el programa escolar.

En el perfil de egreso de Sexto grado aparece la resolución de situaciones que impliquen las relaciones entre múltiplos y divisores. ¿A qué relaciones se hace referencia? ¿El programa escolar da alguna pista de ellas?

Entendemos que en los documentos curriculares oficiales hay vacíos que abren la posibilidad a las discusiones y a los acuerdos dentro de los colectivos de maestros. En ese sentido creemos que la presentación de una secuencia de enseñanza con reflexiones sobre cada una de las decisiones que se toman puede enriquecer las discusiones docentes.

La relación múltiplo-divisor: ¿una dupla inseparable?

Con la enseñanza de este punto me propongo que los alumnos del Tercer Nivel escolar (Quinto y Sexto grado) continúen apropiándose de la multiplicación y la división como objetos matemáticos. Es de interés el trabajo con los factores y el producto al igual que las relaciones entre dividendo, divisor, cociente y resto.

Para ello pensé una secuencia de enseñanza con el propósito de que los alumnos comprendan estas potentes relaciones. La secuencia contempla el trabajo en distintos contextos, matemáticos y extramatemáticos, así como las condiciones de realización consideradas en cada caso (forma de dar la consigna, organización del grupo, habilitaciones de materiales), dejando en evidencia el fundamento de cada toma de decisiones al respecto.

Conceptos y contenidos programáticos vinculados	Perfil de egreso Tercer grado	Perfil de egreso Sexto grado
Regularidades: de la serie numérica oral y escrita. Regularidades en números primos, pares, múltiplos, divisores, divisibilidad.	Reconocer y utilizar regularidades del Sistema de Numeración Decimal como apoyo para la representación numérica y el cálculo.	Resolver situaciones que impliquen las relaciones entre múltiplos y divisores. Resolver problemas que impliquen el uso de criterios de divisibilidad. Identificar regularidades y establecer generalizaciones de corte algebraico.

La secuencia se divide en tres bloques que persiguen diferentes propósitos.

- 1) Resolver problemas que involucren el uso de múltiplos y divisores, poniendo en juego los conocimientos que los alumnos tienen sobre la multiplicación y la división.
- 2) Resolver problemas que impliquen el uso de múltiplos y divisores comunes entre varios números.
- 3) Resolver problemas que supongan el trabajo con algunas propiedades de la relación múltiplo-divisor. Analizar y validar algunas afirmaciones.

Primer bloque

En este primer bloque, los alumnos deben resolver problemas que involucren el uso de múltiplos y divisores, poniendo en juego los conocimientos que tienen sobre la multiplicación y la división, entre ellos el repertorio de cálculos multiplicativos, así como sobre sumas y restas iteradas. Se incluyen dos tareas constituidas por distintas partes. Esta estrategia posibilita, en algunos casos, integrar distintos conocimientos que tiene el alumno y avanzar en algunas conclusiones provisionales. Además, el trabajo con más de una propuesta consecutiva permite generar distintos procedimientos de resolución de acuerdo a la información que se brinda en cada una de las partes. También se incluye una puesta en común pensada como espacio de producción de nuevos conocimientos.

Tarea 1

Consigna escrita

- A) El profesor de Educación Física de la escuela quiere organizar a los alumnos de los sextos grados en equipos que tengan la misma cantidad de integrantes. Si arma equipos de 5 alumnos cada uno, no sobra ningún alumno. Si se sabe que los alumnos de Sexto grado son más de 50 y menos de 80, ¿qué cantidad de alumnos puede haber en esos grupos escolares?
- B) Y si los alumnos fueran 60, ¿se podrían armar grupos de 6 alumnos cada uno sin que sobre ningún alumno?
- C) ¿Se podrían organizar los 60 alumnos de otra forma de manera que todos los equipos tengan la misma cantidad y no sobre ningún alumno?

Estas tareas enfrentan a los alumnos a sencillas propuestas, en las que deben poner en juego la división (como agrupamiento) y las relaciones entre dividendo, divisor, cociente y resto.

La entrega de las tres propuestas juntas le permitiría al alumno capitalizar lo que va encontrando en cada una de las propuestas y enriquecer la siguiente búsqueda. El trabajo individual, en esta instancia, obliga al alumno a poner en juego sus conocimientos y a ensayar procedimientos propios.

En la parte A de la tarea se pregunta por el dividendo, conociendo el dato del divisor (5) y determinadas condiciones para el dividendo (más de 50 y menos de 80) y para el resto que deberá ser cero (no sobre ningún alumno). Da la posibilidad de que existan cinco valores correctos para el dividendo (55, 60, 65, 70, 75). Al ser números pequeños, los alumnos podrán resolver la situación planteada apelando a estrategias de conteo (de 5 en 5 a partir de 50), al repertorio de cálculos que disponen (tabla del 5) o a ensayar divisiones con números que cumplan con las condiciones dadas.

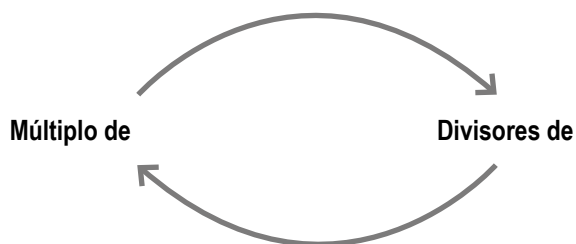
En la parte B se conoce el dividendo (una de las posibles respuestas de la primera parte), el divisor (6) y la condición de resto cero (sin que sobre ningún alumno). Si bien uno de los procedimientos posibles a ser desplegado por los alumnos puede ser la división, también está la posibilidad de que recurran al conteo y al ensayo de productos que integren el repertorio de cálculos disponible.

La parte C permite la exploración de otras posibilidades de dividir el número 60 con la condición de resto cero. Para su resolución, los alumnos podrán capitalizar algunas de las soluciones encontradas en las propuestas anteriores. Así podrían surgir rápidamente el 10 o el 5 como respuestas posibles. Se espera que también exploren otras posibilidades como el 3, 4, 6, 10, 12, 15 o el 30. Es probable que algunos de estos valores sean desechados por los alumnos, por considerar que son demasiados niños para integrar un equipo, así como que el 1 y el 60 no sean considerados. Esto puede abrir la posibilidad de analizar las soluciones matemáticas y las soluciones reales para un problema planteado.

La discusión sobre los procedimientos empleados en las tres partes de esta primera tarea permite visibilizar las relaciones encontradas.

El centrarnos en la resolución de la tercera parte posibilita analizar la relación múltiplo-divisor. ¿Qué condición tienen que cumplir los números para conformar esta relación? ¿Por qué el 2 es divisor de 60, y 60 es múltiplo de 2? Las argumentaciones necesariamente deberán involucrar a las operaciones multiplicativas.

Con 60 alumnos	Se pueden armar grupos de
	2
	3
	4
	5
	6
	10
	12
	15
	30



60	1
	2
	3
	4
	5
	6
	10
	12
	15
	30
	60

La puesta en común puede dar lugar a nuevas reflexiones matemáticas. Pienso este momento como instancia de producción y no como un momento de socialización. Entonces se podría plantear:

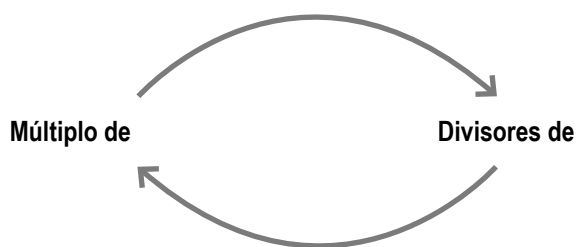
- A) Si ustedes cuentan de 2 en 2, partiendo de cero, ¿llegarán al 60? ¿Y si cuentan de 6 en 6? ¿Y de 15 en 15? ¿Cómo lo pueden asegurar?
- B) ¿Contando de qué forma ustedes piensan que pueden llegar al 60? ¿Y al 80? ¿Hay más de una forma?

La propuesta permite que reinviertan alguno de los procedimientos que puedan haber utilizado los alumnos. La discusión en dupla o en equipos de cuatro alumnos potenciará la exploración de las soluciones posibles. Para responder la parte B pueden apelar a resultados obtenidos en actividades anteriores. Sin embargo, la pregunta “¿Hay más de una forma?” les obliga a una nueva exploración.

A partir de esta instancia se espera que los alumnos puedan llegar a algunas conclusiones provisorias. Para ello se podría plantear “¿Qué cosas ya sabemos?”, o el docente podría ir rescatando afirmaciones que surgen a partir de las discusiones y comenzar un listado que pueden continuar los alumnos. Algunas de estas conclusiones provisorias podrían ser:

- ▶ Contando de 2 en 2, de 3 en 3, de 4 en 4... (todos los números de la última lista) desde cero, siempre llegamos al 60.
- ▶ 60 está en todas esas tablas.
- ▶ 60 es múltiplo de los números de la lista.
- ▶ Los números de la lista son divisores de 60.
- ▶ Algunos de esos números son divisores de 70 y de 80, y otros no.

Ante estas afirmaciones sería el momento de plantear... ¿y el 1 es divisor del 60? ¿Y el 60 lo es? Las respuestas darán la oportunidad de integrar esos números a la lista ya elaborada.



60	1
	2
	3
	4
	5
	6
	10
	12
	15
	30
	60

Para seguir profundizando en estas relaciones entre múltiplos y divisores, propongo una actividad en la que la división es sustituida por una resta iterada y se presenta en un contexto de juego.

Tarea 2¹

Primera parte

El juego consiste en escribir un número de dos cifras en la calculadora y restarle 4, todas las veces que sea posible. Se gana si en algún momento se obtiene el cero. Anota en el cuaderno los números que vas eligiendo.

Esta primera parte permite ensayar el juego en forma individual, sobre todo a aquellos alumnos que no tienen la costumbre de utilizar la calculadora para la resolución de un problema.

Posteriormente se avanza proponiendo:

Busca dos números con los que estés seguro de que vas a ganar.

Y luego en equipo:

Compáralos con los de tus compañeros. ¿Todos pensaron los mismos números?
¿Cuántos números ganadores habrá?

Segunda parte

¿Se gana con los números 300, 214, 360?
¿Por qué?

La primera parte exige la búsqueda de múltiplos de 4. Sin embargo, en la consigna no se menciona esa relación, o sea, la herramienta de solución. Es posible que algunos niños realicen ensayos con cualquier número. Es importante el registro de los números que van eligiendo, y puede ser un buen insumo para la discusión en equipo y también para orientar la intervención del docente.

La discusión con otros transforma la situación de acción en una de comunicación, que obliga a explicitar algunas razones matemáticas que expliquen y validen la elección de los números.

La propuesta también permite avanzar en el reconocimiento de la infinitud de los múltiplos de cada número.

La segunda parte exige el reconocimiento de algunos múltiplos de 4 y se pueden esperar distintas formas de validar las respuestas.

En la puesta en acto de esta propuesta en un Quinto grado recogimos las siguientes afirmaciones:

- “Si el 100 servía porque está en la tabla del 4, el 300 también sirve... también está en la tabla.”
- “Yo hice 214 dividido 4 y me dio un decimal... entonces no sirve, no es múltiplo.”
- “Si el 300 es múltiplo de 4, el 360 también, porque 60 también es múltiplo de 4, y si los juntas te da otro múltiplo de 4.”

¹ Adaptada de Seoane y Seoane (2011:11)

Afirmaciones de este tipo dan cuenta de los conocimientos que van construyendo los alumnos en torno a la relación múltiplo-divisor. La vinculan con la multiplicación y la división, y se aproximan a determinada propiedad de los múltiplos (si dos números son múltiplos de otro, su suma también lo es).

El recorrido por este primer bloque obliga a los alumnos a enfrentarse a situaciones de división como agrupamiento, de sumas y de restas iteradas. Les exige resoluciones en contextos extramatemáticos y también intramatemáticos. En todas las situaciones, los múltiplos y los divisores aparecen como la herramienta óptima de solución.

Segundo bloque

Este segundo bloque se centra en problemas que implican el uso de múltiplos y divisores comunes entre varios números. Incluye un juego que problematiza la relación múltiplo-divisor, y otras actividades que permiten la reflexión sobre los propios objetos matemáticos puestos en juego.

Presentamos el juego “La pulga y las trampas” que fuera tomado de Fuenlabrada *et al.* (2000), adaptado y analizado exhaustivamente por Rodríguez Rava (2016). El juego permite reinvertir algunos de los conocimientos que circularon hasta el momento y avanza en otros nuevos.

Tarea 3²

Primera parte

A cada equipo (cuatro alumnos organizados en dos duplas) se le entrega: una banda de cartulina con casilleros con los números del 0 hasta el 20 (los casilleros deberán tener aproximadamente tres-cuatro centímetros de ancho), una bolsa con quince-veinte chapitas para cada equipo y una piedrita.

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

Consigna oral

Las chapitas representarán las “pulgas” que darán saltos iguales de 2 en 2 o de 3 en 3. La piedra será la “trampa”. Una dupla del equipo ubica la “trampa” sobre uno de los números de la banda. El otro equipo, comenzando desde cero, elige con qué salto recorrer la tira (de 2 en 2 o de 3 en 3) y luego hace avanzar la “pulga” (una chapita) con los saltos del tamaño que haya elegido, tratando de no caer en la trampa. Si cae en la trampa no puede seguir. Si logra atravesar toda la tira sin caer en la trampa, se queda con su chapita; si no, se queda con ella el equipo que puso la trampa. En la segunda jugada se cambian los roles: la dupla que puso la trampa hará saltar la pulga y viceversa. Juegan seis partidas alternando los roles y gana la dupla que se queda con más chapitas.

Para los alumnos, el juego consiste en evitar caer en la “trampa”. En un principio juegan de manera azarosa hasta comenzar a ver que hay números “que convienen más”.

Para ambas duplas, la tarea exige la búsqueda de múltiplos comunes: los tramperos para bloquear el camino y los que dan los saltos para evitar caer en esos números.

Una vez que las duplas alternaron los roles, se puede proponer que en el equipo discutan las reglas que les darían a otros niños, que les permitieran ganar siempre. En esta instancia trabajan las dos duplas juntas, recuperando el rol que jugaron en la primera partida.

² La descripción y las consignas de la Tarea 3 se toman de Rodríguez Rava (2016).

Segunda parte

Se introducen variaciones de la propuesta que permiten avanzar en el propósito de este bloque.

Consigna oral

Y si la tira fuera del 0 al 40 y se pusieran tres trampas a la vez... Y en esta ocasión, los saltos podrán ser de 2 en 2 o de 3 en 3, y otro número que ustedes deberán elegir entre el 4, el 5, el 6 y el 7. Una vez que lo elijan, tendrán que ponerse de acuerdo sobre qué dupla comienza la partida. Jugarán tres partidas cada dupla, cambiando los roles.

A partir de la búsqueda de una estrategia ganadora, los alumnos se verán obligados a identificar y establecer relaciones entre múltiplos y divisores de distintos números. Evitar “caer en la trampa” les exige identificar aquellos números que tienen cierta particularidad, la de “ser múltiplo de... y de...”.

Pero la propuesta a través de la consigna “discutan las reglas que les darían a otros niños, que les permitieran ganar siempre” también les exige poner en palabras las estrategias ganadoras, o sea, “hablar de...”. Esto significa que el juego da la posibilidad de objetivar un conocimiento activado para poder analizarlo y discutirlo. Para continuar enriqueciendo ese análisis se propone la siguiente tarea.

Tarea 4

Primera parte

Unos niños de Sexto grado que jugaron a la Pulga discutían sobre los múltiplos de algunos números y armaron esta tabla:

Múltiplos de 2	Múltiplos de 4	Múltiplos de 8
2	4	8
4	8	16
6	12	24
8	16	32
10	20	40
12	24	48
14	28	56
16	32	64

Gastón: –Son los mismos números.

Pía: –No, algunos no están en todas las listas.

Gastón: –¿Y por qué no están?

- ¿Estás de acuerdo con lo que dice Pía?
- ¿Qué explicaciones le podrías dar tú a Gastón?
- Si las listas fueran más largas, ¿qué otros números se repetirían en las tres listas?

Segunda parte

Consigna escrita

Después de discutir mucho, Gastón y Pía anotaron lo siguiente:

- Hay números que solo son múltiplos de 2.
 - Todos los múltiplos de 4 también son múltiplos de 2.
 - Todos los múltiplos de 8 son múltiplos de 2 y de 4.
- ¿Estás de acuerdo con lo que ellos afirman?
 - Podrías averiguar qué sucede con los múltiplos de 3, 6 y 9?
 - ¿Y con los de 5 y 10?

Toda esta tarea exige rescatar y sintetizar algunos conocimientos construidos en tareas anteriores. En esta instancia se apunta a que los alumnos avancen haciendo algunas generalizaciones que puedan funcionar provisoriamente.

Tercer bloque

En este espacio se reinvierten conocimientos puestos en juego en el bloque anterior, y el trabajo se focaliza en algunas propiedades de la relación múltiplo-divisor, y en el análisis y la validación de algunas afirmaciones.

Tarea 5

- A) ¿Es cierto que 40 es múltiplo de 4 y de 5?
- B) Escribe un número que sea múltiplo de 2 y de 5. Otro que sea múltiplo de 2, de 3 y de 6.
- C) Si tú ya sabes que 261 es múltiplo de 3... ¿cuál de estos números también podrá serlo? 263, 258, 270, 266.

Es necesario que el maestro insista en que en todos los casos hay que discutir cómo pueden estar seguros.

Si bien las tres propuestas hacen referencia a los múltiplos, exigen diferentes acciones por parte de los alumnos.

La parte A obliga a validar una afirmación que se pone en duda. La respuesta requiere comprobar, a través de algún procedimiento, la relación múltiplo-divisor. Algunas respuestas que recogimos de alumnos de Quinto grado: "Está en la tabla del cuatro y también en la del cinco." "Si divido cuarenta entre cuatro me da justo y si lo divido entre cinco también." "Cuatro por diez es cuarenta, y cinco por ocho es cuarenta."

En la parte B, a diferencia de la anterior, se exige encontrar un número que cumpla con determinada condición que "sea múltiplo de... y de...". Es posible que al encontrar un múltiplo de 5 y de 10 comiencen a visualizar ciertas particularidades de esos números y lleguen a afirmaciones como "tiene que terminar en cero", cuestión esta que podrá ser registrada para luego integrar en nuevas planificaciones. Es posible que llegar a esta conclusión provisoria les permita hacer el mismo intento una vez que encuentren un múltiplo de 2, 3 y 6.

En la parte C, los alumnos deberán identificar múltiplos de 3 a partir de otro múltiplo conocido. Es posible que pongan en juego la estrategia "sumo 3" o "resto 3".

La puesta en común se puede centrar en las razones matemáticas que los alumnos presentan para validar sus respuestas. Es una buena oportunidad para institucionalizar algunas de ellas, conformando un registro colectivo. En él puede aparecer:

- Los múltiplos de 10 también son múltiplos de 5.
- Los múltiplos de 6 son múltiplos de 2 y de 3.
- Todos los números que terminan en cero son múltiplos de 2, de 5 y de 10.

Tarea 6

Esta tarea tiene como propósito promover la reflexión en torno a los conocimientos que los alumnos tienen sobre la relación múltiplo-divisor. El contexto matemático les permite revisar caminos ya hechos y recorrer otros, pudiendo de esta forma darle un carácter de nuevos conocimientos aprendidos.

- A) Sabiendo que $22 \times 12 = 264$, escribe seis divisores de 264.
- B) ¿Es cierto que la suma de dos múltiplos de 3 es múltiplo de 3?
- C) Lorenzo dijo que todo número distinto de cero tiene al menos dos divisores. ¿Tiene razón Lorenzo?
- D) Janine preguntó: ¿Es cierto que cuanto más grande es un número tiene más divisores? ¿Qué le contestarías a Janine?
- E) El 3 es divisor de 18 y de 12. El resultado de la suma de esos números, ¿será múltiplo de 3?

En todos los casos hay que discutir cómo pueden estar seguros.

La propuesta se podría potenciar con el trabajo en dupla, en la que la necesidad de comunicación permite "hablar sobre" conocimientos aprendidos o que comienzan a aparecer.

En la parte A, los alumnos podrían recuperar el conocimiento que tienen de los divisores de 22 y 12, y de algunas propiedades para encontrar los divisores que se les solicita.

Las partes B, C y D exigen validar las afirmaciones o dudas planteadas.



La validación implica un proceso complejo pues, en general, requiere de varias de las siguientes acciones: conjeturar, anticipar, recurrir a algún registro, cambiar de registro, buscar certezas, describir, explicar, probar, tomar decisiones, seleccionar procedimientos y comunicar lo hecho para que otra persona lo entienda (cf. Aramburu y Rodríguez Rava, 2016:119).

Es probable que para validar, algunos niños ensayen algunos ejemplos recurriendo a un tipo de prueba pragmática a la que Balacheff (2000) llama “empirismo ingenuo”. Para asegurar la validez de cierta proposición les alcanza con verificarla en algunos casos.

También puede suceder que prueben con un solo caso y lleguen a una generalización. Se estaría frente a lo que Balacheff (2000) identifica como otro tipo de prueba pragmática y que denomina “ejemplo genérico”.

A diferencia de este tipo de prueba podemos encontrar otra que se despegue de los ejemplos concretos y parte de una generalización. Un ejemplo de esto es la afirmación que plantea un alumno de Quinto grado: “Todos los números que resultan de multiplicar un número por 3, también van a ser múltiplos de 3 y si sumas esos números vas a reunir solo múltiplos de 3... entonces, el resultado también es múltiplo de 3”.

Hay un valioso intento de dar explicaciones matemáticas despegadas de ejemplos.

Tarea 7

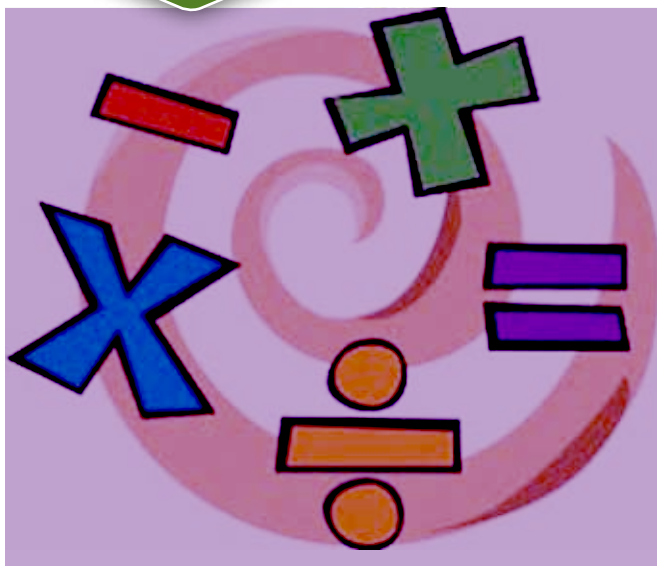
Esta propuesta apunta a que los alumnos piensen y “hablen” sobre lo que ya saben.

Consigna escrita

Pensar en lo que aprendimos

- A) ¿Cómo le podrías decir a un compañero de otro grupo qué significa que un número es múltiplo de otro? ¿Y que un número es divisor de otro número?
- B) ¿Cuántos múltiplos puede tener un número?
- C) ¿Qué número es divisor de todos los números?
- D) Lista todo lo que ya sabes sobre los múltiplos y los divisores.

Se podría hacer la propuesta en forma individual y en una hoja. De esta forma estaría la posibilidad de realizar, con posterioridad, un intercambio de producciones entre los alumnos. Previo a esto, el docente debería hacer una lectura de todos los trabajos, identificando los distintos conocimientos puestos en juego en cada caso para poder decidir de qué manera distribuir las hojas con las respuestas. En función de las respuestas encontradas se podrían planificar diferentes consignas a entregar para que los alumnos puedan concentrar su mirada sobre algunos aspectos de las respuestas.



Tarea 8

Esta tarea está pensada como una actividad de evaluación en la que se pretende identificar algunos indicadores que den cuenta del avance de los alumnos en función de los diferentes propósitos de la secuencia:

- ▶ Resuelven problemas en los que se ponen en juego las nociones de múltiplos y divisores.
- ▶ Resuelven problemas en los que se establecen relaciones para encontrar múltiplos y divisores comunes.
- ▶ Establecen relaciones entre la multiplicación y la división.
- ▶ Analizan y validan algunas afirmaciones.

- A) Gabriela dividió el 69 y el 105 por un mismo número y obtuvo resto cero. ¿Por qué número puede haber dividido Gabriela esos dos números?
- B) Francisca cuenta de 3 en tres y Paloma lo hace de 5 en 5. Ambas parten de cero.
 - ¿Cuál es el primer número en que coinciden? ¿Y el segundo? ¿Y el tercero?
 - ¿Puede ser que las dos digan el 180? ¿Por qué?
 - Escribe algunos números de tres cifras que puedan llegar a decir las dos niñas.
- C) El 2, el 4 y el 8 son divisores de un mismo número. ¿Cuál puede ser ese número?
- D) El 3, el 6 y el 9 son divisores de otro número. ¿Cuál puede ser?

Considero que esta secuencia puede contribuir al enriquecimiento del trabajo con los conceptos de multiplicación y división, profundizando en una relación de gran importancia: múltiplo-divisor. Los distintos bloques dejan “huecos” que cada maestro puede potenciar con la integración de nuevas tareas que permitan construir otros aspectos de la relación.

A partir de este trabajo se podría pensar en una secuencia que conduzca a la organización de algunos criterios, que permitan identificar y analizar la relación de divisibilidad. 

Referencias bibliográficas

- ANEP. CEIP. República Oriental del Uruguay (2016): *Documento Base de Análisis Curricular*. Tercera Edición. En línea: http://www.ceip.edu.uy/documentos/normativa/programescolar/DocumentoFinalAnálisisCurricular_diciembre2016.pdf
- ANEP. CEP. República Oriental del Uruguay (2009): *Programa de Educación Inicial y Primaria. Año 2008*. En línea (Tercera edición, año 2013): http://www.ceip.edu.uy/documentos/normativa/programescolar/ProgramaEscalar_14-6.pdf
- ARÁMBURU RECK, Graciela; RODRÍGUEZ RAVA, Beatriz (2016): *El hacer Matemática en el aula. Un puente hacia la autonomía*. Colección matemática, 1. Montevideo: FUM-TEP/Fondo Editorial QUEDUCA.
- BALACHEFF, Nicolás (2000): *Procesos de prueba en los alumnos de Matemáticas*. Bogotá: Una empresa docente. Universidad de Los Andes. En línea: <http://funes.uniandes.edu.co/675/1/Balacheff2000Proceso.pdf>
- FUENLABRADA, Irma; BLOCK, David; BALBUENA, Hugo; CARVAJAL, Alicia (2000): *Juega y aprende Matemática. Actividades para divertirse y trabajar en el aula*. Buenos Aires: Ed. Novedades Educativas.
- RODRÍGUEZ RAVA, Beatriz (2016): “Las interacciones en la producción del conocimiento matemático escolar” (Cap. 2) en B. Gabbiani, R. Gutiérrez, B. Rodríguez Rava: *Interacciones verbales y aprendizaje. Un complejo entramado*, pp. 57-95. Colección matemática, 4. Montevideo: FUM-TEP/Fondo Editorial QUEDUCA.
- SEOANE, Silvana; SEOANE, Betina (2011): *Matemática. Material para docentes. Sexto grado. Educación Primaria*. Buenos Aires: IIPE-UNESCO. En línea: http://servicios.abc.gov.ar/lainstitucion/organismos/programa_para_el_acompanamiento_y_la_mejora_escolar/materiales_de_trabajo/docentes/matematica_sexto_grado.pdf
- VERGNAUD, Gérard (1991): *El niño, las matemáticas y la realidad. Problemas de la enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria*. México: Ed. Trillas.