Divisiones con significado... ¡Y con resto!

Matías Guichón Díaz
Alejandro Duarte Furiati | Profesores de Matemática. Docentes en Formación de Profesores (CFE) y Formadores de Matemática (CEIP/IFS – PAEPU).

Introducción

Es bastante extendido que el trabajo con las operaciones en la escuela debería abordar diferentes aspectos que favorecen la construcción del sentido de las mismas. Según Rodríguez Rava (2005), estos aspectos son los significados de las operaciones, las relaciones entre las operaciones, las relaciones entre las operaciones y el Sistema de Numeración Decimal, las propiedades, las prelaciones entre estas propiedades, el cálculo, los algoritmos, la resignificación de las operaciones en los diferentes conjuntos numéricos, y la notación de las operaciones.

El trabajo con los significados es uno de los aspectos a abordar. Siguiendo a Jung, Laborde y Lujambio (2011) afirmamos que los "significados de las operaciones" son un

> *«...contenido de carácter didáctico, que implica contemplar las distintas situaciones de uso en las que se enmarcan las operaciones. Es el contexto cotidiano (cercano o lejano), preferentemente, el que habilita el análisis de los significados de las operaciones generando, en función de la situación elegida, diferentes relaciones numéricas.»* (*ibid.*, p. 3)

En el sentido anterior, las operaciones con significado son operaciones contextualizadas, los números involucrados representan "cantidades" y por tanto (algunos de ellos) son números con unidades[1]. El trabajo con diferentes significados de una misma operación ayudará a los alumnos (entre otras cosas) a identificar qué situaciones resuelve cada operación.

Por lo anterior, es importante el contexto a la hora de diseñar actividades de enseñanza de las operaciones y, por tanto, los significados involucrados de las operaciones. En este sentido también es importante variar los significados de cada operación en las actividades propuestas a los alumnos. Otros aspectos a tener en cuenta en el diseño de la enseñanza de las operaciones refieren al lugar que ocupa la incógnita en la estructura del problema[2] y los números elegidos para el mismo.

En general, los problemas de división con significado surgen de problemas de multiplicación, en los que la incógnita es uno de los factores. Así, un problema cuya estructura es $a \times ? = c$, donde el producto se presenta con determinado significado es un problema de división con significado. La división que resuelve el problema es $c \div a$.

---

[1] Los conjuntos de "números con unidad" son, para Vergnaud (1991), *«espacios de medida»*.

[2] Para ampliar, ver Jung, Laborde y Lujambio (2011).

Si nos restringimos a valores a y c naturales[3], la condición $a \times ? = c$ implica que el número natural c es múltiplo de a. Dicho de otra forma, la división $c \div a$ es una división exacta, no tiene resto. En este artículo nos preguntamos si es posible extender los significados de la división en caso de que c no sea múltiplo de a. En este caso, la división de c entre a será una división con cociente racional (no natural) o una división con resto. Queremos averiguar si este cociente no natural, o este resto, tienen interpretación en cada uno de los contextos.

Divisiones con significado

Como dijimos en la Introducción, las divisiones con significado surgen de problemas multiplicativos con significado, en los que la incógnita se encuentra en uno de los factores de la multiplicación, o dicho de otra forma, problemas cuya estructura es $a \times ? = c$.

Con respecto a los significados de los problemas multiplicativos tomamos las tres categorías que distinguen Jung, Laborde y Lujambio (2011):

- Proporcionalidad.
- Producto escalar.
- Producto cartesiano.

El significado de una división que proviene de un problema de proporcionalidad varía dependiendo de cuál sea el factor desconocido: puede ser reparto o agrupamiento. Para los otros dos significados, la división no adopta un nuevo nombre, es decir que la división se presenta con el significado "producto escalar" o "producto cartesiano".

Analicemos algunas actividades que involucran estos significados de la división.

Actividad 1 Voy a repartir 20 alfajores entre 5 personas. Todos tienen que tener la misma cantidad. No me puede sobrar ninguno. ¿Cuántos alfajores le doy a cada uno?	**Actividad 2** Susana tiene 20 bolitas. Quiere darle la misma cantidad a cada uno de sus 5 hijos, y que no le sobre ninguna. ¿Cuántas bolitas le da a cada uno de sus hijos?	**Actividad 3** Quiero guardar 20 figuritas en sobres de a 5. No me puede sobrar ninguna. ¿Cuántos sobres preciso para guardar mis figuritas?
Actividad 4 Cada equipo de fútbol está formado por una camiseta y un pantalón. Santi tiene 5 camisetas y puede formar 20 equipos diferentes. ¿Cuántos pantalones tiene?	**Actividad 5** Martín y Juana están cazando mariposas para un experimento en la escuela. Martín cazó 5 veces lo que juntó Juana. Martín consiguió 20. ¿Cuántas mariposas consiguió Juana?	**Actividad 6** Ana y Daniel juntan agua para regar las plantas de su abuela. Ana lleva juntados 20 litros, y 5 veces el agua que juntó Daniel. ¿Cuántos litros de agua ha juntado Daniel?

[3] En este artículo solamente abordamos problemas en los que a y c son números naturales.

Las actividades anteriores tienen algunas *similitudes*.

En todos los casos, los números involucrados son el 5 y el 20. Más aún, la estructura de todos los problemas es $5 \times ? = 20$, por lo que la relación entre el 5 y el 20 según los enunciados es del tipo *"el 5 como factor del 20"*. Lo anterior implica que la operación que resuelve las actividades es $20 \div 5$ y esto tiene como consecuencia que "el número 4" es parte de la respuesta a las actividades.

Analicemos con mayor detenimiento, las diferencias entre las actividades.

Actividades 1 y 2

Estas dos actividades se enmarcan dentro del significado proporcionalidad, ya que están en juego dos espacios de medida: los alfajores y las personas en un caso, y los hijos de Susana y las bolitas en el otro caso. Los espacios se relacionan por una multiplicación como sigue:

$$5 \textit{ personas} \times \frac{\textit{alfajores}}{\textit{por persona}} = 20 \textit{ alfajores}$$

$$5 \textit{ hijos} \times \frac{\textit{bolitas}}{\textit{por hijo}} = 20 \textit{ bolitas}$$

En ambos casos, la cantidad desconocida corresponde a la *constante de proporcionalidad*, es decir, a la relación entre los espacios a saber: cantidad de alfajores por persona en el primer caso, y cantidad de bolitas por cada hijo de Susana en el segundo caso. Esto hace que la división $20 \div 5$ en este caso se presente bajo el significado ***reparto***. El 4 indica "4 alfajores por persona" y "4 bolitas a cada hijo". Esto representa una diferencia entre estas actividades y la siguiente.

Actividad 3

Como adelantamos en el análisis anterior, este caso también está dentro de la proporcionalidad. Los espacios de medida involucrados son el espacio de figuritas y el espacio de los sobres. La "ecuación" que relaciona estos espacios puede escribirse así:

$$\textit{sobres} \times \frac{\textit{5 figuritas}}{\textit{por cada sobre}} = \textit{20 figuritas}$$

A diferencia del caso anterior, la constante de proporcionalidad es conocida, y es "5 figuritas por sobre". Es decir que la cantidad desconocida no es la relación entre los dos espacios, sino la cantidad de elementos de uno de ellos; en este caso, los sobres. Por lo tanto, la división $20 \div 5$ en este caso tiene involucrado el significado ***agrupamiento***, y el 4 significa "son necesarios 4 sobres".

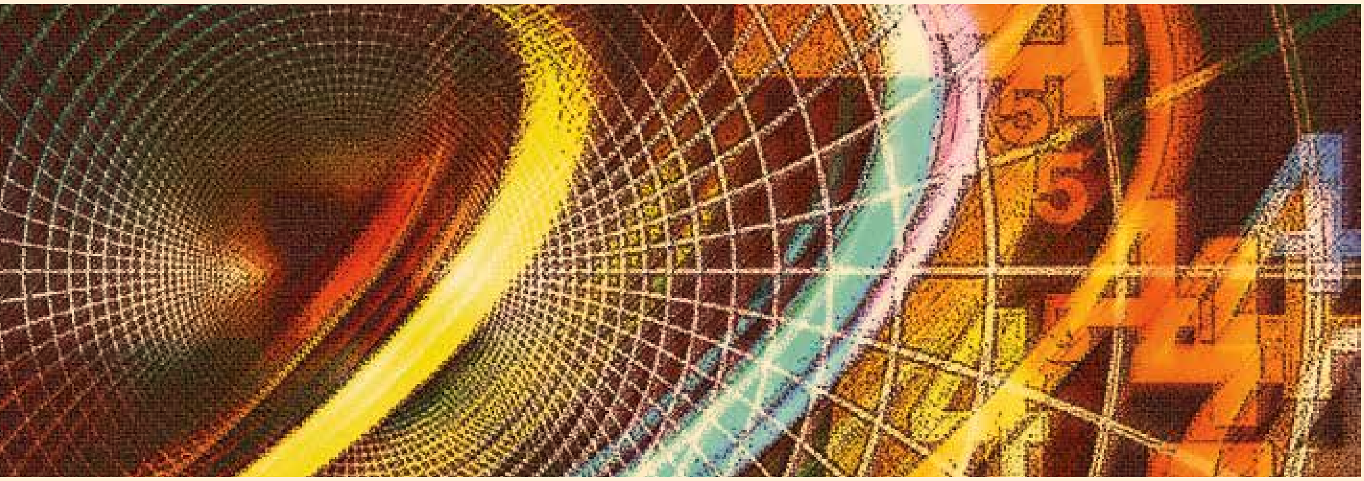
Actividad 4

Los espacios de medida en este caso ya no son dos como en los casos anteriores, sino que son tres: el espacio de las camisetas, el espacio de los pantalones y el espacio de los equipos. Es decir que los dos primeros espacios dan lugar al tercero. En este caso, el significado de la multiplicación es el producto cartesiano. La ecuación que modela este problema es la siguiente:

$$\textit{5 camisetas} \times \text{pantalones} = \textit{20 equipos}$$

Como se pregunta por uno de los factores, la operación que resuelve es la división $20 \div 5$, y son "4 pantalones" los que tiene Santi. Como ya adelantamos, en esta situación, el significado de la división no lleva un nombre distinto al significado de la multiplicación por lo que la división se presenta con el significado ***producto cartesiano*** o ***combinatoria***[4]. A diferencia del significado proporcionalidad, en este caso preguntar por uno de los factores o por el otro involucra el mismo significado.

[4] Así le llaman a estos problemas, por ejemplo, Broitman *et al.* (1997).



Actividades 5 y 6

En los casos anteriores, los espacios de medida eran dos o tres. En este caso hay solo un espacio de medida involucrado (uno en cada actividad): en la primera de ellas, el espacio de mariposas; y en la segunda, el espacio “agua”. El significado en este caso corresponde al ***producto escalar***, y las ecuaciones que modelan estas situaciones son las siguientes:

$$\begin{array}{c}\textit{Mariposas}\\ \textit{de Juana}\end{array} \times 5 = \begin{array}{c}\textit{20 Mariposas}\\ \textit{(las de Martín)}\end{array}$$

$$\begin{array}{c}\textit{Agua que}\\ \textit{juntó Daniel}\end{array} \times 5 = \begin{array}{c}\textit{20 litros de agua}\\ \textit{(la que juntó Ana)}\end{array}$$

La constante 5 que interviene en ambas situaciones es escalar, esto significa que “no tiene unidad”. El 5 no representa 5 mariposas, ni 5 litros de agua, ni 5 litros de agua por persona, ni ninguna cantidad. El 5 en ambos casos representa “5 veces”, presente en las dos actividades.

La operación que resuelve ambas situaciones es $20 \div 5$ o lo que es lo mismo “hallar la quinta parte” de las mariposas que encontró Martín, y de los litros de agua de juntó Ana. El 4 que resulta de dividir 20 entre 5 significa “4 mariposas” y “4 litros”.

Ambas podrían modificarse preguntando “las veces” o “el escalar”, por ejemplo:

“Si Juana encontró 5 mariposas y Martín 20, ¿cuántas mariposas más que Juana encontró Martín?”

En este caso, la división $20 \div 5$ se realiza entre “cantidades de mariposas”, es decir que se dividen 20 mariposas entre 5 mariposas, por lo que el resultado 4 es escalar.

Divisiones con resto

Como adelantamos en la Introducción, nos proponemos modificar los números involucrados en las actividades anteriores. Más precisamente cambiaremos el 20 por 21 en todas las actividades, por lo que resolver las mismas implica **“dividir 21 entre 5”**. Esto puede dar lugar a las siguientes divisiones:

$$\begin{array}{r|l} 21 & 5 \\ \hline 1 & 4 \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{r|l} 21 & 5 \\ \hline & 4{,}2 \end{array}$$

Pero ¿tiene sentido esto en los diferentes contextos? ¿Cómo se interpreta el 4,2? ¿Y el resto 1? ¿La respuesta al problema la da el cociente, el resto o ninguno de ellos? Reflexionemos sobre las actividades modificadas.

Reparto

Actividad 1*	Actividad 2*
Voy repartir 21 alfajores entre 5 personas. Todas tienen que tener la misma cantidad. No me puede sobrar ninguno. ¿Cuántos alfajores le doy a cada una?	Susana tiene 21 bolitas. Quiere darle la misma cantidad a cada uno de sus 5 hijos, y que no le sobre ninguna. ¿Cuántas bolitas le da a cada uno de sus hijos?

La primera de estas dos actividades podría resolverse "dando 4 alfajores y 1/5 a cada persona" o lo que es lo mismo ***"4,2 alfajores por persona"***. En el segundo caso no es posible *dividir una bolita en 5 partes* o hablar de 1/5 de bolita. Es por esto que la *equitatividad* (la misma cantidad a cada uno) y la *exhaustividad* (que no sobre nada) no son posibles *simultáneamente*. Dicho de otra forma, ***Susana no puede repartir las bolitas entre sus hijos de forma que no le sobre nada, dándole la misma cantidad a cada uno de ellos***.

En términos de divisiones tenemos que la división

$$\begin{array}{r|l} 21 & \underline{\ 5\ } \\ & 4{,}2 \end{array}$$

permite resolver la primera actividad, pero no permite resolver la segunda. Como el segundo reparto no es posible tal como está planteado, podríamos exigirle menos condiciones:

- Si *solo exigimos que el reparto sea exhaustivo* (no sobre nada), el reparto podría hacerse de forma no equitativa; así, por ejemplo, Susana podría dar 1 bolita a cuatro de sus hijos, y 17 bolitas al otro o 2, 3, 4, 5 y 7 bolitas respectivamente a sus hijos.

- Si *solo exigimos la equitatividad* (a todos lo mismo), el reparto podría hacerse dando a cada hijo la misma cantidad de bolitas menor o igual que 4. Por ejemplo, se podría entregar a todos 2 bolitas (repartimos 10 y sobran 11) o a todos 3 (repartimos 15 y sobran 6).

Como podemos notar, ninguno de los casos anteriores se resuelve con una división. Nos preguntamos entonces cómo modificar la situación para que la resuelva la división

$$\begin{array}{r|l} 21 & \underline{\ 5\ } \\ 1 & 4 \end{array}$$

Para que la situación se resuelva con esta división debemos exigir que todos reciban lo mismo (*equitatividad*) y que la cantidad repartida sea la mayor posible, o lo que es lo mismo, que lo que sobra no alcance para seguir repartiendo. La respuesta en este caso es "a cada uno le tocan 4 bolitas, y queda 1 sin repartir".

Las diferencias entre ambas actividades con respecto al uso de la división para repartir tienen que ver con el tipo de magnitudes involucradas: mientras los alfajores son magnitudes continuas (se puede dividir el resto), las bolitas son magnitudes discretas.

Entonces, en los casos de reparto, la pertinencia de división exacta con cociente decimal o la división entera con resto la determinan las magnitudes involucradas.

Agrupamiento

> **Actividad 3***
> Quiero guardar 21 figuritas en sobres de a 5. No me puede sobrar ninguna. ¿Cuántos sobres preciso para guardar mis figuritas?

Al igual que las bolitas, las figuritas constituyen una magnitud discreta (al dividir una figurita, se obtienen pedazos que ya no son figuritas). Es por esto que la división

$$\begin{array}{r|l} 21 & \underline{\ 5\ } \\ & 4{,}2 \end{array}$$

no resuelve este problema. Esta división daría como resultado que "son necesarios 4,2 sobres", lo que no tiene sentido.

Pero ¿la división con resto

$$\begin{array}{r|l} 21 & \underline{\ 5\ } \\ 1 & 4 \end{array}$$

resuelve el problema?

Para contestar esto, interpretemos el cociente y el resto de esta división. El cociente 4 indica la cantidad de sobres "llenos", o sea, con 5 figuritas. Estos 4 sobres con 5 figuritas contienen en total 20 figuritas. El resto 1 es la cantidad de figuritas que no se guardaron. En este caso hay 20 figuritas, guardadas en 4 sobres de 5 cada uno, y queda una figurita.

Como la actividad pregunta por la cantidad de sobres necesarios para guardar las figuritas, no es posible que sobre 1. Es por esto que la cantidad de sobres necesarios es 5 distribuidos de esta forma: 4 sobres llenos, y un sobre con una figurita. Cabe destacar que en este caso, la respuesta al problema no la da el cociente ni el resto de la división, sino que es necesario "armarla" a partir de ambos.

Producto cartesiano

Actividad 4*
Cada equipo de fútbol está formado por una camiseta y un pantalón. Santi tiene 5 camisetas y puede formar 21 equipos diferentes. ¿Cuántos pantalones tiene?

Otra vez nos encontramos ante espacios de medida discretos. La división

$$\begin{array}{r|l} 21 & 5 \\ \cline{2-2} & 4{,}2 \end{array}$$

para este caso daría como respuesta que "Santi tiene 4,2 pantalones". Esto es absurdo, por lo que esta división tampoco resuelve en este caso.

¿Cómo interpretar la división

$$\begin{array}{r|l} 21 & 5 \\ \cline{2-2} 1 & 4 \end{array}$$

en este contexto?

Podemos escribir la relación entre los términos de la división (con sus unidades) como sigue:

$$21 \text{ equipos} = \underbrace{5 \text{ camisetas} \times 4 \text{ pantalones}}_{\text{son 20 equipos}} + 1 \text{ equipo}$$

La igualdad anterior implica que uno de los equipos, el equipo que corresponde al resto no está formado por estas 5 camisetas; entonces, ¿cómo está formado? Este hecho contradice la propia consigna que indica cómo están conformados los equipos, y cuántas son las camisetas para conformarlos.

Por lo anterior, ninguna de las divisiones resuelve el problema. En este caso, la relación entre los números (no múltiplos) implica que así sea o, más precisamente, que "Santi no puede tener 21 equipos".

Producto escalar

Actividad 5*	Actividad 6*
Martín y Juana están cazando mariposas para un experimento en la escuela. Martín cazó 5 veces lo que juntó Juana. Martín consiguió 21. ¿Cuántas mariposas consiguió Juana?	Ana y Daniel juntan agua para regar las plantas de su abuela. Ana lleva juntados 21 litros, y 5 veces el agua que juntó Daniel. ¿Cuántos litros de agua ha juntado Daniel?

Una vez más la diferencia entre ambas propuestas son las magnitudes involucradas: en el primero de ellos, el espacio de las mariposas representa una magnitud discreta, mientras que la cantidad de agua en el segundo caso es una magnitud continua.

La división

$$\begin{array}{r|l} 21 & 5 \\ \cline{2-2} & 4{,}2 \end{array}$$

en el primer caso daría como respuesta que "Juana consiguió 4,2 mariposas", lo que es imposible. Esto se debe a que las mariposas no son fraccionables. Sin embargo, la misma división en el segundo caso se interpreta como "Daniel juntó 4,2 litros de agua", lo que sí es posible.

La división

$$\begin{array}{r|l} 21 & 5 \\ \cline{2-2} 1 & 4 \end{array}$$

escrita en forma 21 = 5 x 4 + 1 puede interpretarse como "las 21 mariposas de Martín son 5 veces las 4 mariposas de Juana y una mariposa más" o "los 21 litros de agua que juntó Ana son 5 veces los 4 litros de Daniel y 1 litro más", pero en ninguno de los casos una cantidad es 5 veces la otra cantidad como lo indica la actividad, por lo que la división con resto no ayuda a resolver la situación.

En ambos casos conocemos una cantidad "5 veces" mayor a una cantidad desconocida, y esta es la que queremos encontrar. Antes de cambiar el lugar de la incógnita resumamos la discusión anterior.

En problemas de producto escalar, si buscamos un factor correspondiente a una medida, la división exacta (con cociente racional) es la que permite resolver en caso de magnitudes continuas; y en caso de magnitudes discretas, ninguna de las dos divisiones resuelve.

Ahora podemos preguntarnos qué sucede si conocemos las dos cantidades del espacio, y queremos averiguar la "cantidad de veces" que entra una en la otra. Las actividades modificadas son las siguientes:

Actividad 5**	Actividad 6**
Martín y Juana están cazando mariposas para un experimento en la escuela. Martín consiguió 21 y Juana 5. Martín tiene más mariposas que Juana, ¿cuántas veces más?	Ana y Daniel juntan agua para regar las plantas de su abuela. Ana lleva juntados 21 litros, y Daniel 5 litros. ¿Ana juntó cuántas veces más agua que Daniel?

En ambos casos, una cantidad es 4,2 veces la otra. La condición de "ser continuo" o "ser discreto" no hace referencia a *la cantidad de veces*, sino a la cantidad de cada magnitud. Así, la cantidad de litros puede no ser natural, mientras que la cantidad de mariposas debe ser un número natural. Y en este caso, por más que una cantidad sea "4,2 veces mayor que la otra", ambas son números naturales: 5 y 21. Entonces, en caso de producto escalar y de que busquemos "la cantidad de veces", la división que resuelve la situación es

$$\begin{array}{r|l} 21 & 5 \\ \cline{2-2} & 4{,}2 \end{array}$$

tanto para magnitudes continuas como discretas.

A modo de síntesis

Como dijimos al principio, en caso de que una situación se pueda resolver dividiendo dos naturales a y b que no son múltiplos uno del otro, podremos realizar la división exacta (con cociente racional, no natural) o la división con resto. La elección e interpretación de los resultados dependerá del contexto y del significado involucrado. Como también vimos, hay algunas situaciones que "parecen de división", pero ninguna de ellas permite resolverla.

Resumimos esto en la siguiente tabla, tomando el $20 \div 5$ que ya discutimos.

<table>
<tr><th></th><th>Magnitudes continuas</th><th>Magnitudes discretas</th></tr>
<tr><td>Reparto</td><td>La división que resuelve en este caso es
$\begin{array}{r|l} 21 & 5 \\ \cline{2-2} & 4{,}2 \end{array}$
El contexto continuo da la posibilidad de fraccionar el resto (o seguir dividiendo), lo que da lugar a cociente no natural.</td><td>La división que resuelve en este caso es
$\begin{array}{r|l} 21 & 5 \\ \cline{2-2} 1 & 4 \end{array}$
No es posible fraccionar el resto (discreto), por lo que la división es entera, y el resto indica “lo que sobra”, o “lo que no se reparte”.</td></tr>
<tr><td>Agrupamiento</td><td colspan="2">La división que resuelve en caso de agrupamiento es la división entera (con resto), es decir,
$\begin{array}{r|l} 21 & 5 \\ \cline{2-2} 1 & 4 \end{array}$
El resto se interpreta como “la figurita que queda sola en un paquete”, y el cociente 4 son “los paquetes llenos de figuritas”. El total de paquetes necesarios para las 21 figuritas es 5, los 4 paquetes llenos y uno con una figurita (la del resto). Por lo tanto, la respuesta a la situación es el valor del cociente más uno.</td></tr>
<tr><td>Producto cartesiano</td><td colspan="2">En caso de significado producto cartesiano, ninguna de las divisiones resuelve el problema. Como ya analizamos, no tiene sentido hablar de “4,2 pantalones” ni de “1 equipo que sobra”. En este caso, el problema no tiene solución.</td></tr>
<tr><td rowspan="3">Producto escalar</td><td colspan="2">Si lo que se busca es una “cantidad de magnitud”...</td></tr>
<tr><td>...resuelve la división exacta
$\begin{array}{r|l} 21 & 5 \\ \cline{2-2} & 4{,}2 \end{array}$
4,2 es una cantidad de magnitud continua.</td><td>...la división exacta
$\begin{array}{r|l} 21 & 5 \\ \cline{2-2} & 4{,}2 \end{array}$
no resuelve, porque el cociente es no natural (y la magnitud es discreta). En este caso, el problema no tiene solución.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Si lo que se busca es “la cantidad de veces”, resuelve la división exacta
$\begin{array}{r|l} 21 & 5 \\ \cline{2-2} & 4{,}2 \end{array}$
4,2 es la “cantidad de cincos que hay en 21”. Esto se interpreta como: “una cantidad es 4,2 veces la otra”, lo que es independiente del tipo de magnitud. Entonces, el problema tiene solución siempre.</td></tr>
</table>

Como discutimos en el artículo e intentamos resumir en la tabla, los problemas que implican división entre naturales, cuando el dividendo y el divisor no sean múltiplos, se resuelven con división entera (con resto), con división exacta (cociente decimal) o no tienen solución. En resumen, realizamos un recorrido por problemas con división, focalizando la atención en los números involucrados e intentando analizar como, en algunos casos, estos permiten ampliar la mirada sobre los significados, esperando aportar a la construcción del sentido de las operaciones. Q

Referencias bibliográficas

ÁVILA, Alicia (1995): “Problemas fáciles, problemas difíciles” en D. Block Sevilla (coord.): *La enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria. Lecturas*. México: SEP/PRONAP.

BROITMAN, Claudia; ITZCOVICH, Horacio; PARRA, Cecilia; SADOVSKY, Patricia (1997): *Matemática. Documento de trabajo Nº 4*. E. G. B. Actualización curricular. Buenos Aires: Secretaría de Educación. En línea: http://www.buenosaires.gob.ar/areas/educacion/curricula/docum/areas/matemat/doc4.pdf

JUNG, Valentina; LABORDE, Mercedes; LUJAMBIO, Ana Laura (2011): “Operaciones con ‘significado’”. Montevideo: PAEPU. Curso de Apoyo a la Enseñanza de la Matemática para Maestros de Escuelas Comunes. En línea: http://www.mecaep.edu.uy/pdf/matematicas/2013/Jornada2/JungV_Laborde_MLujambio_A.(2011).%20PAEPU.OperacionesConSignificado.pdf

RODRÍGUEZ RAVA, Beatriz (2005): “De las operaciones... ¿qué podemos enseñar?” en B. Rodríguez Rava; M. A. Xavier de Mello (comps.): *El quehacer matemático en la escuela. Construcción colectiva de docentes uruguayos*, pp. 130-150. Montevideo: FUM-TEP/Fondo Editorial QUEDUCA.

VERGNAUD, Gérard (1991): *El niño, las matemáticas y la realidad. Problemas de la enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria*. México: Ed. Trillas.