Hay algunas cuestiones que nos interrogan antes de trabajar en algún contenido; quizás por no saber por dónde empezar cuando cambiamos de grado o cuando queremos darle un giro actualizado a lo ya realizado en otros años y con otros niños, ya que no todos comprenden ni adquieren los conceptos que deseamos enseñar, ni al mismo tiempo, ni con la misma profundidad.

Seguramente, esto sucede por muchas variables que en ocasiones tenemos presentes y en otras no, por ejemplo, la idea de enseñar y aprender que nos legó nuestra propia escolaridad, que nos marca y de la que muchas veces es difícil escapar; otra bien podría ser nuestra propia resistencia a los cambios profesionales que, ante el riesgo del desafío de lo nuevo, hace que optemos por continuar con lo ya conocido y que dominamos, manteniendo así cierto marco de "seguridad".

Nos permitimos esta afirmación, ya que mucho antes de intentar "ingresar" en el grupo con un contenido como la medición de la amplitud angular y la construcción de lo que esta práctica conlleva, surgen un sinfín de preguntas: ¿qué es medir?; ¿con qué instrumento se podrá medir?; ¿por qué no la regla?; ¿y la escuadra servirá?; si parece una superficie, ¿la podremos medir con otra superficie?; ¿cómo debería estar graduado el instrumento que la mide?

Por todo esto, es tanto más compleja la planificación de una secuencia didáctica acompañada de una secuencia de actividades variadas y problematizadoras, que favorezcan los avances que necesitamos que nuestros niños adquieran. Su gestión en el aula hará la diferencia desde los materiales que ponemos a disposición en cada actividad hasta cómo cada niño o los grupos elaboran el registro (si es que lo hacemos) de lo que se ha avanzado.

## Secuencia de actividades para la medición de la amplitud angular

Objetivo / Contenido	Actividades propuestas	Durante el desarrollo
<ul> <li>Diferencias entre figuras del plano y del espacio.</li> <li>Relación entre figuras del plano y del espacio.</li> <li>Clasificación de figuras.</li> </ul>	"Juan quiere guardar estas figuras en cajones, ¿cómo las guardaría?; ¿y si tuviera solamente dos cajas?" Interrogantes: qué son; qué tienen en común; qué tienen de diferente.  Actividades (1) y (2)	➤ Conocer las ideas que tienen los niños sobre las figuras, lo que se pone en evidencia al seleccionar el criterio de clasificación. ¿En qué se parecen y en qué se diferencian?
<ul> <li>Constitución de la magnitud.</li> <li>Elementos del ángulo.</li> </ul>	Tarea con varillas.  En equipos, con varillas y mínimo de dos, formar la mayor cantidad posible de figuras (abiertas o cerradas).  Actividad (3)	<ul> <li>Luego del trabajo de cada equipo, plantear: ¿cuántas varillas como mínimo necesito para formar una figura cerrada?, ¿cómo se llama esa figura?; analizar extremos que unen varillas (vértices).</li> <li>Observar figuras abiertas y cerradas, ¿en ambas se puede cambiar la posición de las varillas?; en las abiertas, ¿qué modifica dicho cambio? (amplitud angular); ¿qué permanece? (longitud de varillas).</li> </ul>
Comparación de amplitudes angulares.     Diferenciar la amplitud angular de la "longitud" de los lados del ángulo.	Se brindan varios ángulos dados, con menor-mayor amplitud y "lados" de muy distintas longitudes.  Se pide que los ordenen de mayor a menor y que expliciten las estrategias utilizadas (observar si intentan usar la regla, si calcan o recortan).  Actividad (4)	Conocer estrategias usadas para comparar amplitudes.
<ul> <li>Ordenar ángulos.</li> <li>Comparación directa.</li> </ul>	Se brindan tres ángulos ya recortados, deben ser ordenados de mayor a menor y explicar cómo lo lograron.	Se dan recortados a fin de facilitar la estrategia de superposición.  Observar qué se debe respetar para superponer como estrategia: coincidencia de vértices y un lado, ¿o solo vértices?  Diferenciar vértice de ángulo.
➤ Medir ángulos.	Varios ángulos dados: a. ordenarlos b. se podrá calcar o recortar solamente uno Aclaración: los ángulos brindados no se pueden ordenar a simple vista.	Usar una unidad. Reconocer que la unidad debe ser un ángulo.  En la parte (a) los ángulos se dan impresos. Ante la imposibilidad de comparación directa, se plantea la parte (b).
Medición de ángulos.     Determinar un ángulo a partir de su medida.	Se separan en dos equipos. A uno de ellos se le dan dos ángulos: uno recortado y otro impreso. Al otro equipo se le da el mismo ángulo recortado y una hoja en blanco.  La consigna de trabajo es que deben darle instrucciones al otro equipo para que dibujen un ángulo igual al que ellos tienen. Se da un ángulo recortado para ser usado como unidad.  a. Determinar en el cuaderno diferentes ángulos y ver cuántas veces entra el ángulo-unidad en cada uno de ellos.  b. Consigna: determinen un ángulo que equivalga tres veces a la apertura del dado, una vez y media, dos veces	<ul> <li>Sobre la base de lo planteado, el primer equipo tendrá que medir el ángulo a partir del ángulo dado, y el segundo deberá construir el ángulo a partir de la unidad.</li> <li>Usar una unidad para medir y determinar ángulos.</li> <li>Fraccionar la unidad.</li> <li>La actividad puede realizarse varias veces, de manera que la medición exija la iteración de la unidad entera o el fraccionamiento de la misma.</li> </ul>
Medida de amplitud angular: según la unidad utilizada, el número-medida va a ser diferente.      Relación unidad – medida.	A- En dos equipos: se da recortado un ángulo-unidad diferente para cada equipo, y un ángulo trazado a uno de los equipos. Este equipo deberá dar las instrucciones al otro para que determinen un ángulo igual al de ellos.      B- Todos reciben el mismo ángulo para medir, pero cada grupo tiene diferentes ángulos-unidad. Una vez que todos midieron, ordenar los ángulos de mayor a menor en función de su medida. Hacer corresponder cada ángulo con su medida.	A - Analizar por qué los ángulos obtenidos son diferentes y si la medida "es la misma" (obtienen ángulos diferentes aún cuando ambos hayan iterado –por ejemplo– tres veces la unidad, puesto que las mismas son diferentes.      B - Al comparar los ángulos se tendrán ángulos iguales pero medidas diferentes.      Observar relación de proporcionalidad inversa: a mayor amplitud de ángulo-unidad, menor medida.
Determinar ángulos a partir de su medida: ite- ración y fraccionamiento de la unidad.	■ En dos equipos: dar instrucciones a un equipo para que tracen un ángulo que mida tres unidades, una unidad y media, media unidad. Ambos equipos reciben el mismo ángulo unidad.	Fraccionamiento de la unidad.
Perpendicularidad: ángulo recto.	Se brinda un rectángulo dibujado en una hoja de papel cuadriculado. La consigna es copiarlo en una hoja rayada. Instrumentos a utilizar: regla y trozo de papel de bordes irregulares.	Caracterizar el ángulo recto.
	Con un ángulo unidad determinar un ángulo:     a. obtuso repitiéndolo las veces que sea necesario,     b. uno agudo del mismo modo,     c. uno recto con la misma consigna.	

En la primera actividad se les presentaron a los alumnos una serie de figuras geométricas del plano y del espacio, para indagar cuáles eran los conocimientos que manejaban.



En esta oportunidad surgió el nombre de ángulo, y los niños fueron proponiendo lo que entendían por ángulo. Allí hizo su aparición el primer desafío, ya que varios alumnos nombraban al ángulo señalando el vértice de las figuras, mientras que otros lo nombraban y marcaban en forma correcta, por lo que se decidió registrar ambas ideas en el cuaderno, a fin de volver a ellas una vez avanzada la secuencia.

¿En cuáles de estas construcciones encuentran ángulos?

Como en toda secuencia, debe tenerse en cuenta la idea de recursividad, teniendo presente que las actividades y los objetivos se *resignifican* con otros materiales, puestos intencionalmente por el docente que quiere llegar al objetivo que se propone. Es por este motivo que, en muchas ocasiones, aunque las actividades parezcan "semejantes", buscarán avances tanto en su gestión como en el registro que quedará en la pizarra y/o en los cuadernos de los niños.

En la siguiente ocasión se les brindaron varillas para que observaran y probaran distintas posibilidades de construcción de figuras. Se les planteó formar una figura cerrada y, luego de algunos intentos, los propios niños manifestaron la imposibilidad de formarla solamente con dos varillas, de modo que nos acercamos a la idea de que el triángulo es la figura con menor cantidad de lados.

Posteriormente nos centramos en las figuras formadas con dos varillas en las que se percataron, por contraposición a la actividad anterior, de que se formaba una figura abierta con "dos lados y un punto en común". Al manipular las varillas observaron que las podían "abrir" o "cerrar" y que la figura se modificaba, con la salvedad de que el punto en el que se unían las varillas permanecía invariable.

En esta instancia se retomó el trabajo previo con las varillas, en el que se pudo observar una variación en la amplitud angular. (Cabe aclarar que durante esta etapa del trabajo, los niños explicaban sus observaciones utilizando los términos abierto y cerrado, y los docentes, poco a poco, íbamos introduciendo el término de mayor o menor amplitud angular).

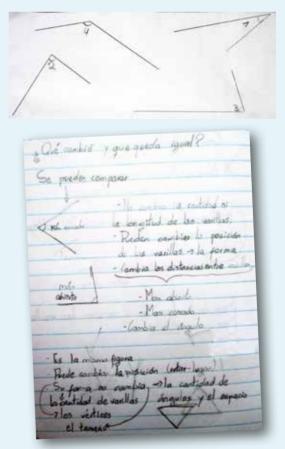
¿Qué sucede, en general, cuando ponemos al grupo en situación de pensar cuál de estos dos ángulos es mayor y cuál menor?



Los niños tienden a opinar que el más grande es el que tiene "más largas las rectas", atendiendo a la longitud de los lados.

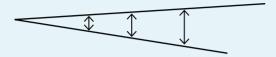
Estas actividades permiten obtener como insumo las ideas de los alumnos.

Se propuso que intentaran ordenar los ángulos, dándoles la posibilidad de que los recortaran. Aquí pudimos observar variadas estrategias utilizadas por los distintos equipos de trabajo como, por ejemplo, la superposición de ángulos para comparar sus amplitudes.



## Posible gestión de clase ante un contenido que pocas veces cuestionamos...

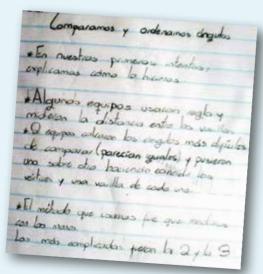
Como los propios equipos lo explicitan, utilizaron la regla para medir la distancia entre los lados tomando puntos arbitrarios de uno y otro lado. En la puesta en común comenzamos a dejar planteada la pregunta de si la regla nos serviría para poder medir los ángulos.



En una instancia posterior observamos que los niños continuaban manejando los términos ángulo y vértice como sinónimos, por lo que nos planteamos la necesidad de retomar este punto.

Nuevamente a través del trabajo con figuras y con varillas se propone observar la variabilidad de la amplitud angular y la permanencia del punto de intersección de los lados del ángulo (vértice). En el transcurso de estas actividades, los alumnos fueron adquiriendo la noción de que el vértice no era el ángulo.





Fueron varias las actividades con ángulos realizadas para comparar sus amplitudes y, poco a poco, todos los grupos de trabajo fueron observando que una estrategia eficaz era superponer los ángulos. Pero en este momento se nos presentó otro problema que fue: ¿podemos superponerlos de cualquier manera?

Luego de varios ensayos y observaciones, algunos equipos comenzaron a plantear que debíamos hacer coincidir los vértices y uno de los lados de los ángulos que estábamos comparando. Esta estrategia fue colectivizada y fueron los propios niños los que la explicaban a sus pares. A partir de este momento, todos los alumnos recurrían a esta estrategia cuando les planteábamos que compararan la amplitud angular.

En una instancia posterior les propusimos un nuevo desafío. Les brindamos distintos ángulos con distintas amplitudes para comparar, pero tales que no se pudiesen ordenar a simple vista; y en esta oportunidad no podían recortarlos ni calcarlos.

Una vez realizados distintos intentos, se les propuso que solamente podían recortar uno de ellos. La idea era que utilizaran este como ángulo-unidad y lo compararan con los demás.

A partir de esta actividad y como se explicita en la planilla, se sucedieron distintas actividades de comunicación que tuvieron como objetivo medir y construir ángulos, usando para ello un ángulo-unidad que les fue dado. En algunas de ellas, la medida era un número natural, y en otras era necesario fraccionar la unidad para obtener la medida.

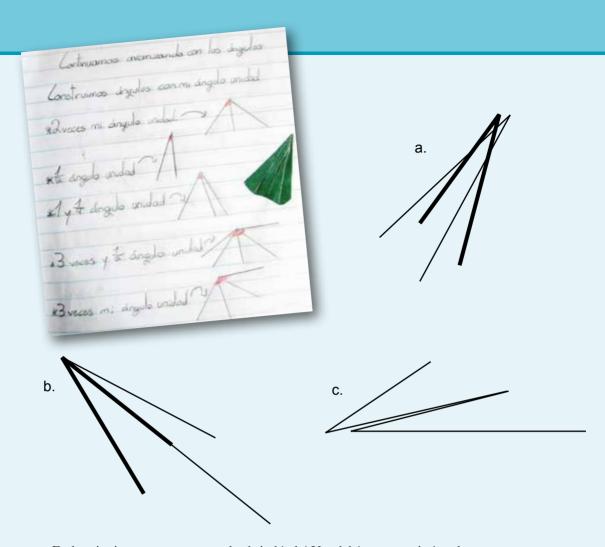
En la última de estas propuestas, los equipos trabajaron con ángulos-unidad diferentes, por lo que obtuvieron distintos ángulos para una misma medida y viceversa.

Como resultado de la actividad pudieron decir que la medida depende del ángulo que uso para medir.

Con su ángulo-unidad (AU), cada subgrupo buscó construir ángulos de diversas amplitudes.

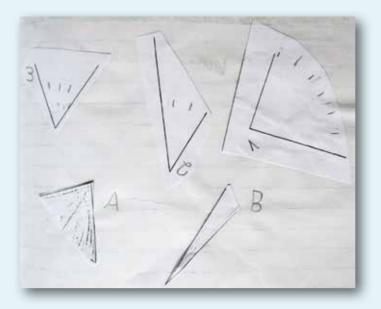
Algunos grupos superpusieron los ángulos de forma que quedaron varios vértices separados, y la discusión entre ellos fue la siguiente:

- a. "Si lo hacemos así, perdemos parte de algunos y no es la suma de las superficies."
- b. "Entonces los tenemos que poner uno al lado del otro."
- c. Al realizar esto último, los yuxtapusieron, aunque de manera tal que quedaron los vértices sin unirse formando dos puntos distintos.



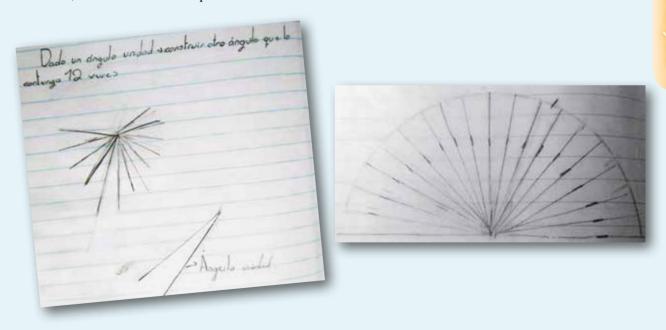
En las siguientes propuestas se les brindó el AU y debían construir ángulos menores o mayores que el AU, de manera que necesitaran fraccionar el AU.





La copia del rectángulo en papel rayado obliga a centrarse en los ángulos para su construcción. Como los alumnos no disponían de la escuadra, se les puso a disposición un trozo de papel de forma irregular para que hicieran una escuadra. De esa manera se pudieron analizar las características del ángulo recto.

Por último se desarrollaron actividades por las que, a partir de la yuxtaposición del ángulounidad, se acercaron a la interpretación del semicírculo.



## **Bibliografía**

BIXIO, Cecilia (2003): Secuencias didácticas, Enseñar y aprender en el aula. Montevideo: Ed. Aula.

BROITMAN, Claudia; ESCOBAR, Mónica; GRIMALDI, Verónica; ITZCOVICH, Horacio; SANCHA, Inés (2007): Orientaciones didácticas sobre la enseñanza de la medida en 2º ciclo. Programa Maestros y profesores enseñando y aprendiendo de la Dirección de Capacitación. Proyecto Fortalecimiento de la enseñanza de la matemática en el segundo ciclo de la Educación Primaria. Buenos Aires: Gobierno de la Provincia de Buenos Aires. Dirección General de Cultura y Educación. En línea: http://servicios2.abc.gov.ar/lainstitucion/sistemaeducativo/educprimaria/areascurriculares/matematica/orientacionesdidacticas2dociclo.pdf

DAMISA, Carla; PAZOS, Liliana (2007): "¿Medir es comparar?" en *Cuadernos de Estudio III*, pp. 17-35. Montevideo: ANEP. CODICEN. Programa para el Mejoramiento de la Enseñanza de la Matemática en ANEP. En línea: http://www.uruguayeduca.edu.uy/Userfiles/P0001/File/cuadernoIII%20a.pdf