

La proporcionalidad

Un concepto desdibujado que es necesario recuperar

Beatriz Rodríguez Rava | Maestra. Licenciada en Ciencias de la Educación (FHCE, Udelar). Postgrado en Ciencias Sociales con mención en Constructivismo y Educación (FLACSO/UAM). Coordinadora del Equipo de Investigación en Enseñanza de la Matemática de la revista *QUEHACER EDUCATIVO*.

En este artículo pretendemos recuperar el valor de la proporcionalidad como un eje matemático que atraviesa la escolaridad. Analizamos su presencia en distintas prácticas de enseñanza, a través de lo que establecen algunos documentos curriculares y de actividades de enseñanza.

Identificamos los distintos aspectos constitutivos del concepto y estudiamos cuestiones que deben ser tenidas en cuenta en el abordaje de la proporcionalidad directa en el ciclo escolar.

Introducción

Para analizar el abordaje de un concepto matemático es pertinente preguntarnos: ¿cómo entendemos la actividad matemática?

La respuesta a esta interrogante depende de cómo concebimos la Matemática, de cómo visualizamos los objetos matemáticos, de qué entendemos por hacer Matemática y, por ende, por enseñar y aprender esta disciplina. Todas estas concepciones de un docente son las que configuran sus propuestas de enseñanza.

Partimos de la idea de que **aprender Matemática**, al decir de Charlot (1986), exige “hacerla”, “fabricarla”, es decir, “ocuparse de problemas”, lo que, para el sujeto que aprende, implica:

- encontrar soluciones a las diferentes situaciones matemáticas a las que se enfrenta el sujeto;
- plantearse buenas preguntas;

- utilizar y capitalizar las reglas que ha ido construyendo a lo largo de su hacer matemático;
- interpretar las diferentes representaciones de los objetos matemáticos;
- reconocer los conocimientos empleados en la resolución de distintas situaciones independientemente de los contextos en los que se empleen;
- responsabilizarse matemáticamente de las resoluciones y respuestas personales.

«Estas prácticas del hacer Matemática deberían permitir que el alumno aprenda:

- que las respuestas a los problemas son el resultado de un trabajo intelectual;
- que un problema se puede resolver de diferentes formas, y que puede tener una, ninguna o varias soluciones;
- que le corresponde a él:
 - elegir la forma de trabajo, la manera de representar y los materiales que necesite,
 - experimentar, ensayar, conjeturar,
 - discutir con otros sus procedimientos y resultados, defendiendo sus ideas con argumentos que integren razones matemáticas,
 - comprobar que su respuesta es válida.» (Rodríguez Rava y Arámburu, 2016:13)

Esta forma particular de hacer y de pensar es la que posibilita la construcción del sentido de los objetos matemáticos por parte de los alumnos escolares.

El concepto de proporcionalidad y su presencia en el ciclo escolar

La variación proporcional o proporcionalidad juega un papel fundamental en la Matemática, en la Física, al igual que en las Ciencias Naturales y en las Ciencias Sociales. En la vida diaria empleamos frecuentemente ideas vinculadas a la proporcionalidad. A pesar de todo esto parecería que la escuela no le da el lugar que merece y la reduce, en la mayoría de los casos, a un contenido algorítmico: un método de cálculo, el de la regla de tres, a pesar de que el pensamiento proporcional excede totalmente al simple uso del algoritmo.

Panizza y Sadovsky (1991) sostienen que el énfasis que se pone en la enseñanza de la regla de tres genera una confusión entre el concepto de proporcionalidad y un método de cálculo (cf. Crippa, Grimaldi y Machiunas, 2005:14).

La proporcionalidad integra, al decir de Vergnaud (1991), el campo de las estructuras multiplicativas en el que se interrelacionan diversos conceptos: multiplicación, división, número racional, entre otros. A partir de los aportes de este autor, la investigación y la producción de la Didáctica de la Matemática han reubicado la proporcionalidad como uno de los significados de la multiplicación. También, gracias a otros estudios, se ha relacionado la proporcionalidad con alguno de los significados de la fracción. Esto ha sido capitalizado en los documentos oficiales y en artículos técnicos producidos dentro y fuera del ámbito oficial.

Sin embargo hay un “desdibujamiento” de la proporcionalidad como un eje conceptual que atraviesa el ciclo escolar. Aparece como subsidiario de otros ejes o como enriquecedor de algunos conceptos desde el punto de vista didáctico. Esto hace que la enseñanza de la proporcionalidad se limite a cuestiones totalmente mecánicas, ostensivas, nominalistas y desarticuladas.

Desde nuestra perspectiva nos parece importante detenernos en el análisis didáctico de la proporcionalidad. Es un concepto macro asociado fundamentalmente a los conceptos de **razón**¹ y de **variación**. Como idea básica supone la **comparación** de diferentes cantidades de magnitud que representan distintas variables.

Esa comparación cuantitativa de cantidades de magnitud puede hacerse de dos formas diferentes:

- Hoy la temperatura en Madrid es de 10° y la temperatura en Montevideo asciende a los 20°. Podemos afirmar que en Montevideo hay 10° más de temperatura que en Madrid (comparación aditiva). Aquí aparece la noción de diferencia claramente vinculada a las operaciones aditivas.
- Dos cuadernos cuestan \$ 50. Si no hay ningún tipo de oferta, cuatro cuadernos cuestan el doble (comparación multiplicativa). En este caso aparece la idea de cociente al que llamamos razón.

Las dos comparaciones son correctas, pero pertenecen a campos conceptuales diferentes. Esto hace que la comparación de cantidades pueda constituirse en una práctica matemática desde el comienzo de la escolaridad.

La comparación que focalizaremos en este artículo es la que corresponde a la proporcionalidad directa (comparación multiplicativa) y que entendemos que atraviesa el ciclo escolar a pesar de su “desdibujamiento”.

«Existen aplicaciones del concepto de proporcionalidad que, por tener un estatus diferenciado en relación a otras aplicaciones, constituyen un concepto en sí mismo y en consecuencia tienen un nombre propio. Nos referimos especialmente a: *escala, porcentaje, peso específico, velocidad*.» (Panizza y Sadovsky, s/f:5) Esto hace que la escuela trate estos conceptos en forma independiente de la proporcionalidad olvidando, al decir de las autoras, “el nombre común”.

¹ Consideramos la razón como una relación que se expresa mediante dos cantidades que pueden o no pertenecer a la misma magnitud.

El concepto de proporcionalidad remite, en realidad, a una variedad de problemas cuya complejidad está dada por los conceptos que pone en juego, el tipo de número que se incluye, el tipo de magnitud involucrado, el contexto en el que se presenta, la representación que se incorpora, el tipo de tarea que exige, etcétera.

La presencia de la proporcionalidad en el programa escolar vigente²

En forma explícita la encontramos a partir de primer grado dentro del eje Operaciones.

Primer grado	Segundo grado ³	Tercer grado	Cuarto grado	Quinto grado	Sexto grado
La relación de proporcionalidad: doble-mitad.	La proporcionalidad -La relación de proporcionalidad: tercio-triple; cuarto-cuádruplo y quinto-quintuplo. -Las tablas de multiplicar.	La proporcionalidad -La relación de proporcionalidad: décimo-décuplo. -La relación entre las tablas de multiplicar: del 2 y del 4; del 3, 6 y 9; del 4 y 8; del 5 y 10.	La proporcionalidad -El coeficiente de proporcionalidad natural. -Los porcentajes menores de 100%. -Las relaciones con probabilidad y estadística.	La proporcionalidad -La relación de proporcionalidad y no proporcionalidad. -El coeficiente de proporcionalidad. -Los porcentajes mayores que 100%. -Gráfica circular y de barra. -Las propiedades: linealidad y aditividad.	La proporcionalidad -La relación de proporcionalidad directa, inversa y otras. -Los porcentajes menores que 10% y 1%. -El cálculo del IVA y otros impuestos. -Las distintas representaciones gráficas de proporcionalidad directa, inversa y sin proporcionalidad. -Las relaciones de la proporcionalidad con iniciación al álgebra y comparación entre gráficos.

Fuente: ANEP. CEP (2009)

En los tres primeros grados escolares, la proporcionalidad aparece explícitamente ligada a la multiplicación y a la división, así como a las tablas de multiplicar.

A partir de cuarto grado se explicitan: la proporcionalidad directa, inversa, el coeficiente de proporcionalidad, las relaciones con los porcentajes, las distintas representaciones, los distintos contextos de uso y las propiedades.

En el resto de los ejes matemáticos también encontramos contenidos íntimamente vinculados a la relación de proporcionalidad. En la siguiente tabla presentamos algunos de ellos, incluidos en los ejes de Numeración y de Magnitudes y Medida.

	Primer grado	Segundo grado	Tercer grado	Cuarto grado	Quinto grado	Sexto grado
NUMERACIÓN	Composición y descomposición de la unidad con medios y cuartos.	Composición y descomposición de la unidad con medios, cuartos y octavos.	Divisibilidad por 2, 5 y 10. Divisibilidad por 4 y 8.	Noción de escala	Divisibilidad por 3 y 6. La fracción como expresión de relación de proporcionalidad directa.	La fracción como expresión de una probabilidad.
MAGNITUDES Y MEDIDA	-Las relaciones de equivalencia utilizando una unidad de medida como patrón.		-La equivalencia entre diferentes unidades de medida.	-El cambio de unidades de medida: equivalencias con unidades del sistema métrico decimal. -Las medidas equivalentes.	El sistema métrico decimal. -Los múltiplos y submúltiplos.	-Las relaciones entre la longitud de la circunferencia y la longitud del diámetro. -Sistema sexagesimal.

Fuente: ANEP. CEP (2009)

² No aparece ningún eje con el título "Proporcionalidad".

³ En este grado, la proporcionalidad aparece además mencionada como uno de los significados de la multiplicación.

En los ejes Estadística, Probabilidad y Álgebra aparecen otras cuestiones también vinculadas a la proporcionalidad: algunas relacionadas a las representaciones estadísticas, a la comparación de frecuencias relativas a la generalización de algunas expresiones. En Geometría aparece –desde tercer grado– la relación de semejanza entre polígonos.

A partir del análisis de distintas prácticas de enseñanza sabemos que, desde los primeros grados escolares, los alumnos interactúan con situaciones vinculadas con la proporcionalidad directa. Se les plantean actividades en las que deben buscar dobles, triples, mitades, etc., poniendo en juego de esta manera relaciones proporcionales.

Como hemos planteado en otros trabajos, estos primeros grados escolares permiten la utilización de conceptos muy potentes, y años después se deberá hacer un estudio de su funcionamiento a los efectos de enriquecer el concepto.

En el segundo ciclo (cuarto, quinto y sexto grado), la proporcionalidad se pone en juego al trabajar: la noción de escala, las equivalencias entre cantidades de una misma magnitud (peso, tiempo, dinero, longitud, etc.), el sistema sexagesimal, los porcentajes, etcétera.

Nos preguntamos: ¿cuál es la intencionalidad didáctica del docente al abordar estos contenidos? ¿Trabajar las equivalencias entre distintas unidades de medida o la proporcionalidad? ¿Las figuras semejantes o la proporcionalidad? Nos inclinamos a pensar que, generalmente, la proporcionalidad facilita la situación pero no se convierte en objeto de estudio. Y cuando solo se utiliza como escenario para trabajar otro contenido, ¿cómo puede el alumno solo encontrar la vinculación de los distintos conceptos que constituyen la idea de proporcionalidad?

Es claro que todos estos aspectos constitutivos de la proporcionalidad se trabajan a lo largo de diferentes grados escolares y en distintos momentos del año. Y en ese sentido creemos que es importante que cada vez que se aborde un contenido vinculado a la proporcionalidad, se recupere lo estudiado en situaciones anteriores, diferentes. De esta forma se le ayuda al alumno a establecer nuevas relaciones que permiten la construcción y la resignificación del concepto de proporcionalidad.

Por otra parte, el *Documento Base de Análisis Curricular* plantea los siguientes perfiles de egreso con respecto a la proporcionalidad:

Conceptos y contenidos programáticos vinculados	Perfil de egreso 3 ^{er} grado	Perfil de egreso 6 ^{to} grado
Proporcionalidad Directa. Coeficiente de proporcionalidad. Representaciones (Tablas, cuadros, gráficos). Porcentaje como caso particular de proporcionalidad.	Resolver situaciones de proporcionalidad directa, en relación con los datos disponibles.	Resolver situaciones de proporcionalidad directa, en relación con los datos, haciendo uso de distintas representaciones. Identificar la constante de proporcionalidad para resolver distintas situaciones. Resolver situaciones de porcentaje mayores o menores que 100, de aumento, descuento.

Fuente: ANEP. CEIP (2015:19)

Ampliamos estos perfiles de egreso del ciclo escolar basándonos en diseños curriculares de otros países y en documentos de apoyo curricular, en particular de la Provincia de Buenos Aires (Crippa, Grimaldi y Machiunas, 2005).

Consideramos que, al terminar la escuela primaria, el alumno debe poder:

- Reconocer y diferenciar situaciones de proporcionalidad directa e inversa de aquellas que no lo son, aportando claros argumentos.
- Comparar situaciones de proporcionalidad en las que interviene una magnitud allí expresada o en distintas unidades de medida.
- Comparar situaciones de proporcionalidad en las que intervienen distintas magnitudes.
- Analizar la variabilidad y dependencia de las cantidades de magnitudes involucradas en la relación de proporcionalidad.
- Articular las diferentes formas en las que puede ser representada una situación de proporcionalidad, y seleccionar la más adecuada en función del problema a resolver.
- Vincular el funcionamiento de las relaciones de proporcionalidad en problemas de aritmética, de medida, de geometría, de estadística y de probabilidades.

En vista del encuadre del programa escolar vigente y de posibles perfiles de egreso nos preguntamos: **¿Qué recorrido puede ofrecer la escuela con respecto a la proporcionalidad?**

Queda claro que en las relaciones de proporcionalidad se ponen en juego una serie de objetos matemáticos: magnitudes, unidades de medida, conjuntos numéricos, representaciones gráficas, entre otros. Estos conceptos que, al decir de Douady (1984), corresponden a diversos marcos: físico, geométrico, numérico, gráfico y otros, permiten una amplitud en el abordaje de este contenido escolar.

En coincidencia con la autora destacamos la importancia de la dialéctica instrumento-objeto que supone una dinámica que se debería integrar a las prácticas matemáticas escolares. En un primer momento, el alumno enfrenta cualquier situación utilizando como instrumento un objeto matemático conocido, o sea que dispone de herramientas como para iniciar la resolución de un problema.

En un segundo momento debe iniciar una etapa de búsqueda, ya que el problema le ofrece cierta resistencia en el sentido de que la estrategia empleada hasta el momento deja de funcionar o se vuelve muy engorrosa. Se inicia una etapa de acción. *«El alumno puede entonces poner en marcha implícitamente instrumentos nuevos, por la extensión del campo de validez, o por su naturaleza misma. Esquemáticamente hablaremos en esta etapa de “nuevo implícito”»* (Douady, 1984:6)

Posteriormente es necesaria la *explicitación* de lo actuado, lo encontrado, lo generado. Al decir de la citada autora: *«Se trata de un “nuevo explícito” susceptible de reemplazo y familiarización»* (ibid.).

En los tres momentos hasta aquí mencionados (movilización de lo viejo; búsqueda; *explicitación* de conceptos, de estrategias, etc.), el maestro permanece atento a los *haceres* matemáticos de los alumnos interviniendo en los casos que sea necesario para evitar bloqueos, para estimular a nuevas búsquedas o revisiones, y fundamentalmente para sostener la incertidumbre.

Una nueva etapa de la dialéctica instrumento-objeto requiere de la institucionalización de lo nuevo por parte del docente, que deberá relacionar cuestiones que circularon en el grupo de alumnos con convenciones propias del objeto matemático en cuestión. *«Esto nuevo que se retiene está destinado a funcionar, posteriormente como antiguo.»* (idem, p. 7)

Las dos etapas que complementan esta dialéctica son, por un lado, la familiarización o reinversión, o sea, la resolución de problemas en los que se pone en funcionamiento, como instrumento explícito, el objeto matemático recientemente construido. Por otro lado y como última etapa está lo que la autora denomina la complejidad de la tarea o nuevo problema. *«Quedan por utilizar los nuevos conocimiento dentro de una situación compleja*

que implica otros conceptos conocidos o buscados por el aprendizaje. El nuevo objeto es susceptible de convertirse en antiguo para un nuevo ciclo de la dialéctica instrumento-objeto.» (ibid.)

Combinando el juego de marcos con la dialéctica instrumento-objeto como acciones constitutivas de la práctica matemática escolar podemos diseñar un esquema de trabajo en el que consideremos A) Aspectos de la proporcionalidad a abordar; para luego pensar B) Situaciones de proporcionalidad directa que contemplen: 1) la naturaleza de las magnitudes y de los conjuntos numéricos que se hacen intervenir, 2) el tipo de tarea a incluir, 3) la utilización de distintas representaciones.

A) Aspectos de la proporcionalidad a abordar⁴

- Proporcionalidad directa con diferentes tipos de números (naturales, fraccionarios, decimales y expresiones porcentuales).
- Constante de proporcionalidad.
- Pertinencia de la proporcionalidad en relaciones aritméticas (operaciones, sistema métrico decimal), geométricas (intra e interfigurales).
- Escala, porcentaje y representaciones gráficas como casos particulares de la proporcionalidad.

Nos parece necesario señalar la amplitud del concepto de proporcionalidad y presentar todos los aspectos que debe considerar su enseñanza. Tenerlos presentes puede ayudar al colectivo de docentes de la escuela a pensar un recorrido articulado a lo largo de la escolaridad.

De esta forma se podría superar la situación actual en la que los alumnos que egresan de sexto grado no identifican la proporcionalidad más que ligada a la regla de tres. No podemos responsabilizar al alumno de esta situación, si la escuela no planifica la articulación de todos los aspectos constitutivos del concepto de proporcionalidad. No podemos pensar que el alumno, en soledad, establezca los vínculos entre las tablas de multiplicar, la relación entre el lado de un cuadrado y su perímetro, la variación de recetas de cocina, etcétera. Es necesario diseñar un proyecto de enseñanza escolar que les permita a los escolares recuperar el “nombre común” (cf. Panizza y Sadovsky, s/f) y nosotros afirmamos “el apellido” de estos conceptos.

⁴ Como veremos más adelante, algunos de estos aspectos se pueden plantear desde el primer ciclo escolar.

B.1) Situaciones de proporcionalidad directa que contemplen la naturaleza de las magnitudes y de los conjuntos numéricos que se hacen intervenir

Magnitudes diferentes

Clarita compra 4 metros de cinta y paga \$ 20.
¿Cuánto tendría que pagar si comprara 8 metros de esa misma cinta?

Si 2 cajas contienen 30 paquetes de arroz y sabiendo que todas las cajas tienen la misma cantidad de paquetes, ¿cuántos paquetes contienen 6 cajas?, ¿y 10 cajas?

En ambos problemas se conjugan dos magnitudes diferentes: en el primer caso, longitud con dinero; y en el segundo, paquetes con cajas. Son situaciones que implican una variación proporcional de las magnitudes involucradas.

Dados los números seleccionados, la resolución de los dos problemas implica el trabajo con números naturales. Desde finales de primer grado, un escolar tiene conocimientos disponibles como para resolver cualquiera de las dos situaciones. Puede ser que al comienzo recurran a una estrategia aditiva y en el primer problema piensen en cuatro más cuatro y luego veinte más veinte. Es probable que apelen a una representación gráfica:



Como decíamos anteriormente, pensamos que el segundo problema “le ofrece cierta resistencia en el sentido de que la estrategia empleada hasta el momento deja de funcionar o se vuelve muy engorrosa”. La representación gráfica, en este caso, es compleja y el alumno tendrá que buscar una nueva estrategia de resolución.

Puede ser que un alumno de segundo grado apele a averiguar cuantos paquetes contiene una caja, haciendo un cálculo mental ($30 : 2$), la mitad de treinta, para luego averiguar por 6 y 10 cajas.

Alumnos de segundo y tercer grado también pueden recurrir al armado de una tabla en la que se vaya llevando el control a través del cálculo del doble en cada columna. Esto implica reconocer que tanto el seis como el diez “están en la tabla del 2”, o sea que se puede apelar al “doble de...” comenzando por el doble de 2 y de 30, y llegar a lo solicitado.

Cajas	Paquetes de arroz
2	30
4	60
6	90
8	120
10	150

En este caso, la estrategia aditiva dio paso a un nuevo conocimiento (propiedad de la proporcionalidad directa), que deberá hacerse explícito para seguir avanzando en la construcción del conocimiento.

Los niños podrían llegar a afirmar: “Si multiplico por un número el número de la primera columna, el de la segunda columna se multiplica por el mismo número”.

Seguimos analizando problemas que involucran distintas magnitudes, pero cambian los conjuntos numéricos. En esta ocasión incluimos decimales mayores que la unidad.

Un metro de cuerda cuesta \$ 25,50. ¿Cuánto cuestan 6,50 m?

Si un alumno de cuarto grado recurre comúnmente a una tabla para solucionar problemas de proporcionalidad, en este caso no le resulta pertinente esa estrategia. Acá, el conocimiento de múltiplo/divisor empleado en la situación anterior queda bloqueado por el tipo de número elegido: decimales. Este es un buen ejemplo que derriba el mito de que los problemas en los que se da el valor unitario son más simples. También se ha llegado a pensar que la dificultad está dada por la cantidad de operaciones que son necesarias para resolver un problema. El grado de complejidad depende de múltiples factores y, en este caso, del conjunto numérico involucrado. Una vez que el alumno reconoce la relación de proporcionalidad, el instrumento de resolución es una multiplicación de un número decimal por otro decimal. Es probable que un alumno de cuarto grado no tenga el dominio del algoritmo convencional para ese cálculo, pero puede disponer de estrategias de cálculo que le permitirán resolver el problema. Este es uno de los casos en los que podemos aceptar un resultado aproximado, siempre y cuando el alumno haya reconocido la variación proporcional de las magnitudes.

A continuación presentamos un problema de estructura similar al anterior, pero que agrega la complejidad de trabajar con un número decimal mayor que la unidad y otro menor que uno. Y en este caso no aparece el precio unitario, o sea que no está dada la constante de proporcionalidad.

Si 2 metros de cinta cuestan \$ 20,60 ¿cuánto costarán 0,60 m?

Acá quisimos mostrar cuestiones que es necesario considerar al organizar una secuencia de enseñanza de un contenido matemático; en este caso, la proporcionalidad.



Una misma magnitud

Los problemas de porcentaje o escala son algunos de los que involucran una misma magnitud.

«Es frecuente que cuando se habla de porcentaje no se repare en el hecho de que este es un caso particular de proporcionalidad.

Otro tanto ocurre con las reducciones dentro de un sistema de medición: no se reflexiona acerca de que hacer una reducción significa utilizar que la medida en una longitud (por ejemplo) en una unidad determinada, es proporcional a la medida de la misma longitud en otra unidad.

Algo análogo puede decirse en relación al concepto de escala y al de velocidad.» (Panizza y Sadovsky, s/f:5)

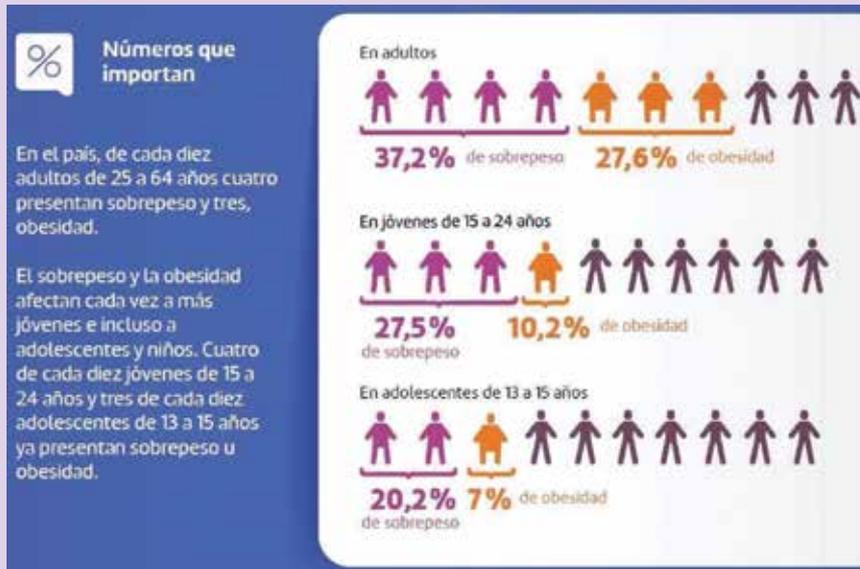
Trabajar el porcentaje como una relación de proporcionalidad directa implica mucho más que el cálculo de porcentajes “mayores que 100” y “menores que 100”.

Implica resolver situaciones:

- en las que es necesario poner en juego la expresión “tantos de cada tantos”;
- que exijan interpretar la información a partir de gráficos;
- que permitan el estudio de relaciones como: un ángulo de 45° corresponde al 50% de un ángulo recto (pues es la mitad) y a un 25% de un ángulo llano;
- que potencien la vinculación del porcentaje con expresiones decimales y fraccionarias.

A continuación presentamos un ejemplo de un problema potente, que permitiría enriquecer el concepto de porcentaje como una relación de proporcionalidad.

La obesidad relacionada con una alimentación inadecuada es un factor de riesgo para algunas enfermedades.



¿Qué porcentaje de adolescentes de 13 a 15 años no tiene sobrepeso ni obesidad?

Adaptado de SEA, DIEE, DSPE, ANEP (2018): Prueba formativa – Sexto año – Educación Primaria – Área Matemáticas. Ciclo 2018

En la siguiente serie de problemas se relacionan otras dos medidas de una misma magnitud: longitud con longitud. Son los clásicos problemas de escala. Sin embargo podemos identificar marcadas diferencias entre ellos. Al involucrar la medida del lado del cuadrado y su perímetro, la cantidad de lados funciona como coeficiente de proporcionalidad.

En un cuadrado de 3 cm de lado sabemos que su perímetro es 12 cm.
Si en un nuevo cuadrado, el lado pasa a medir 12 cm, ¿cuánto mide su perímetro?

En un cuadrado de 3 cm de lado sabemos que su perímetro es 12 cm.
Si en un nuevo cuadrado, el lado mide el triple, ¿cuánto mide su perímetro?

lado	perímetro
3	12
	?

x 3

lado	perímetro
3	12
12	?

x ?

En un cuadrado de 3 cm de lado sabemos que su perímetro es 12 cm.
Si en un nuevo cuadrado, el lado pasa a medir 4,5 cm, ¿cuánto mide su perímetro?

	lado	perímetro
	3	12
x ?	4,5	?

Una vez resueltos los tres problemas anteriores se podría organizar la información en una única tabla para continuar problematizando la situación.

	lado	perímetro	
	3	12	
x 3	9	36	x 3
x 4	12	48	x 4
x 1,5	4,5	18	x 1,5

Mirando la tabla, ¿podrías contestar estas preguntas?

- ¿Cuánto mide el perímetro de un cuadrado de 24 cm de lado?
 - ¿Cuánto mide el lado de un cuadrado cuyo perímetro es 24 cm?
- ¿Cómo puedes estar seguro de tus respuestas?

Esta serie de problemas permite continuar explicando las propiedades de la proporcionalidad directa, que se van construyendo para que luego sean nuevamente utilizadas.

B.2) Situaciones de proporcionalidad directa que contemplen el tipo de tareas a incluir

En los problemas analizados hasta el momento hemos combinado situaciones, en las que los alumnos deben enfrentar la tarea de encontrar una incógnita que corresponde a una de las dos variables, o buscar el coeficiente de proporcionalidad, o identificar y analizar la variación de cada una de las variables.

Ahora agregamos problemas que implican decidir si una situación es o no de proporcionalidad.

Andrés va con su mamá a la estación de servicio a cargar nafta en el auto.



Según esto se puede afirmar que el precio del litro de nafta:

- Es mayor si carga más cantidad de litros de nafta.
- Es menor si carga menos cantidad de litros de nafta.
- Depende de la cantidad de litros de nafta que cargue.
- No depende de la cantidad de litros de nafta que cargue.

Adaptado de SEA, DIEE, DSPE, ANEP (2017): Propuesta diagnóstica con perfiles para Primer año – Educación Media. Ciclo 2017

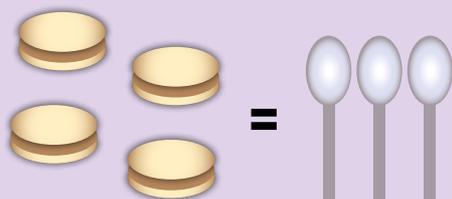
B.3) Situaciones de proporcionalidad directa que contemplen la utilización de distintas representaciones

Señalamos la necesidad y el valor de utilizar distintas representaciones semióticas⁵ en la actividad matemática. Y en ese sentido promovemos el trabajo con cinco registros de representación⁶: lenguaje natural, registro figural, gráfico, algebraico y aritmético.

Según las autoras, el lenguaje natural es el que tiene mayor presencia en las aulas y permite la articulación de distintas representaciones correspondientes a diferentes registros.

En esta instancia ponemos el énfasis en el lenguaje natural, el registro aritmético y el gráfico.

En este afiche se muestra la cantidad de azúcar que contienen las galletitas rellenas.



4 galletitas rellenas
contienen 3 cucharaditas.

A la hora de la merienda, Martina comió 8 de estas galletitas rellenas.

¿Cuántas cucharaditas de azúcar consumió con esta merienda?

Adaptado de SEA. DIEE. DSPE. ANEP (2018): Prueba formativa – Cuarto año – Educación Primaria – Área Matemáticas. Ciclo 2018

En esta actividad, la información está distribuida en dos registros: lenguaje natural y registro gráfico. ¿Qué papel juega cada uno de los registros? Si observamos detenidamente, hay una información que se repite en ambos registros: la relación entre las dos variables está dada a través del dibujo, pero también del texto escrito debajo del dibujo.

A diferencia de esto, en la siguiente actividad, la información sobre la relación proporcional entre las cantidades está dada en el registro gráfico.

⁵ Ver Rodríguez Rava (2014)

⁶ Ver Rodríguez Rava y Arámburu (2016:36-44)

La imagen muestra la cantidad de azúcar que hay en una porción de 100 g de pan de molde.



¿Cuántos gramos de azúcar hay en 1000 g de este pan?

Adaptado de SEA. DIEE. DSPE. ANEP (2018): Prueba formativa – Cuarto año – Educación Primaria – Área Matemáticas. Ciclo 2018

Analicemos esta otra propuesta en la que se combinan registros de representación.

Completa la tabla del vendedor, sabiendo que no hay ninguna oferta.

Cantidad de lapiceras	1	5		9		12	15	20	
Precios			56	72	80				168

Lucía y Gabriela discuten cómo hacer la tarea y finalmente, como no se ponen de acuerdo, cada una la resuelve de distinta manera. Las dos llegan a resultados correctos.

¿De qué formas pueden haber resuelto la tarea las alumnas?

Adaptado de SEA. DIEE. DSPE. ANEP (2018): Prueba formativa – Cuarto año – Educación Primaria – Área Matemáticas. Ciclo 2018

El problema original está dado en una tabla (registro gráfico) que sirve para organizar la información. La segunda parte del problema está en lenguaje natural.

Esta es una buena actividad en la que, a partir de las discusiones que circulen en el grupo, el docente puede llegar a institucionalizar algunos conceptos, y podrían aparecer estas afirmaciones:

- Una relación es de proporcionalidad directa cuando el cociente entre las cantidades que se corresponden siempre es el mismo. A ese cociente se lo llama constante o coeficiente de proporcionalidad.

También a partir de esta última actividad y de la evocación de otras resueltas anteriormente, se pueden llegar a formular algunas propiedades de la proporcionalidad:

- Al multiplicar (o dividir) una de las cantidades por un número, la cantidad correspondiente se multiplica (o divide) por el mismo número y la relación proporcional se mantiene.
- Al sumar (o restar) dos valores de una de las cantidades, se obtiene un número correspondiente con la suma (o resta) de los valores correspondientes de la otra cantidad.

Se puede continuar profundizando en estas propiedades, proponiendo pequeñas tablas en las que el alumno deba diferenciar aquellas que son de proporcionalidad de aquellas que no lo son.

En síntesis, para organizar la enseñanza de la proporcionalidad –y en particular de la directa– en la escuela es necesario discutir, en los colectivos docentes, el listado de aspectos que se considerarán en cada ciclo, cómo establecer relaciones entre los distintos aspectos, las magnitudes que se involucrarán, los conjuntos numéricos que se incluirán, el tipo de tarea y de representación que se priorizará en cada ciclo escolar.

Es preciso tener presente este complejo entramado para poder pensar diferentes y variadas secuencias de actividades, que permitan el abordaje de los distintos aspectos de la proporcionalidad. □

Referencias bibliográficas

ANEP. CEIP. República Oriental del Uruguay (2015): *Documento Base de Análisis Curricular*. En línea: http://www.ceip.edu.uy/documentos/normativa/programaescolar/DocumentoFinalAnálisisCurricular_agosto2015.pdf

ANEP. CEP. República Oriental del Uruguay (2009): *Programa de Educación Inicial y Primaria. Año 2008*. En línea (Tercera edición, año 2013): http://www.cep.edu.uy/archivos/programaescolar/ProgramaEscolar_14-6.pdf

CHARLOT, Bernard (1986): "La epistemología implícita en las prácticas de enseñanza de las matemáticas". Conferencia dictada en Cannes (marzo 1986). Extraído del material de lectura seleccionado en el Postítulo Docente "Especialización Superior en Enseñanza de la Matemática para el Nivel Primario". Buenos Aires: CePA. En línea: http://www.buenosaires.gov.ar/areas/educacion/cepa/epistemologia_charlot.pdf

CRIPPA, Ana Lia (coord. autoral); GRIMALDI, Verónica; MACHIUNAS, María Valeria (2005): *La proporcionalidad*. Documento de apoyo para la capacitación. Buenos Aires: DGCyE. Subsecretaría de Educación. En línea: <http://servicios2.abc.gov.ar/recursoseducativos/editorial/catalogodepublicaciones/descargas/docapoyo/proporcionalidad.pdf>

DOUADY, Régine (1984): "Relación enseñanza-aprendizaje. Dialéctica instrumento-objeto. Juego de marcos" en *Cuadernos de Didáctica de las Matemáticas*, N° 3. París: IREM de Paris 7. Traducción para el PTFD. Buenos Aires. En línea: https://isfd42-bue.infod.edu.ar/sitio/wp-content/uploads/2018/09/PMAT_Douady_Unidad_2.pdf

PANIZZA, Mabel; SADOVSKY, Patricia (s/f): *El papel del problema en la construcción de conceptos matemáticos* (Fragmentos). Material destinado a capacitación docente en la provincia de Santa Fe. Provincia de Santa Fe: FLACSO/Ministerio de Educación. En línea: http://www.ccgsm.gov.ar/areas/educacion/cepa/proporcionalidad_panizza_sadovsky.pdf

RODRÍGUEZ RAVA, Beatriz (2014): "Escribir en Matemática en el nivel escolar" en *QUEHACER EDUCATIVO*, N° 128 (Diciembre), pp. 35-41. Montevideo: FUM-TEP.

RODRÍGUEZ RAVA, Beatriz; ARÁMBURU RECK, Graciela (coords.) (2016): *El hacer Matemática en el aula. Un puente hacia la autonomía*. Colección matemática, 1. Montevideo: FUM-TEP/Fondo Editorial QUEDUCA.

VERGNAUD, Gérard (1991): *El niño, las matemáticas y la realidad. Problemas de la enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria*. México: Ed. Trillas.