Un taller como espacio de reflexión didáctica

Ma. del Carmen Curti | Beatriz Rodríguez Rava | Ma. Alicia Xavier de Mello
Integrantes del Equipo de Investigación en Enseñanza de la Matemática, revista *QUEHACER EDUCATIVO*.

En el marco de las acciones del Equipo de Investigación en Enseñanza de la Matemática de la revista *QUEHACER EDUCATIVO* realizamos un taller con los maestros que participaron de un estudio que el equipo lleva adelante. Directivos de las escuelas correspondientes y otros integrantes del equipo de investigación también formaron parte del taller.

En esa instancia se pretendió generar un espacio de intercambio, discusión y reflexión sobre algunos fenómenos didácticos que tuvieron presencia en las actividades observadas como parte del trabajo de campo. Uno de estos fenómenos es el de las interacciones, que se constituyeron en el hilo conductor del taller.

Nos propusimos plantear situaciones problemáticas adaptadas a los docentes participantes, que les permitieran vivenciar los diferentes momentos de la gestión de una actividad matemática para luego realizar su análisis y vincular ese análisis con las actividades que se llevan adelante con los alumnos en las aulas. Este accionar nos permitió identificar y analizar, en los distintos momentos de la gestión del taller, las decisiones que fueron tomadas previamente, las que transcurrieron durante la resolución de los problemas y en la posterior puesta en común.

Propuesta matemática

En primer lugar se les propuso una serie de tres problemas, que apuntaba al trabajo con propiedades de los números consecutivos.

Primer problema

Se les planteó que se organizaran en duplas y se les dio la primera consigna en forma oral.

> *Buscar tres números consecutivos cuya suma sea 981.*

A medida que las duplas iban terminando su resolución, se les daba la consigna correspondiente al segundo problema.

Segundo problema

En esa instancia se les pidió que trabajaran en forma individual.

> *¿Puedes encontrar tres números consecutivos cuya suma sea 104? Si no es así, explica por qué.*

Cuando todos los maestros participantes terminaron el segundo problema, se les propuso que se reunieran en duplas pero con un docente distinto al que había sido su pareja en la resolución del primer problema.

Tercer problema

> *¿Cómo saber si un número es suma de tres consecutivos?*

Una vez terminada la resolución del tercer problema por parte de los docentes, se realizó una puesta en común que estaba planificada en dos partes.

Puesta en común

Primera parte

Se eligió una de las duplas, se consultó cuáles habían sido los números encontrados y se anotaron en una pizarra sin hacer ningún comentario. Los números surgidos fueron 326; 327; 328.

Luego se les planteó si habían encontrado tres consecutivos cuya suma fuera 104, y se recogieron algunas de las explicaciones que dieron los docentes sobre la imposibilidad de que existan tres números que cumplan con esa condición.

Por último se preguntó: entonces, ¿cómo saber si un número es suma de tres consecutivos?

Esta pregunta inducía a llegar a algunas "reglas" que permitieran anticipar si se estaba o no ante un número que cumpliera con esa propiedad. En todos los casos se buscaba saber cómo llegaban a esas reglas.

Algunas de las reglas surgidas

Tiene que ser un múltiplo de tres. Ante esta afirmación se planteó: ¿todo múltiplo de tres? Una intervención de este tipo permite generar nuevos "piensos", pero fundamentalmente nuevas interacciones entre los participantes. A partir de los intercambios se excluyó el cero proponiendo: "todo múltiplo de tres distinto de cero".

Esta afirmación fue complementada por otras que apuntaban a explicar el procedimiento encontrado o una "regla" que les permitiera arribar a una conclusión.

> Al dividir el número por tres se obtiene el número del 'medio' de los tres consecutivos. Ejemplo:
> 981 : 3 = 327
> Por lo que los consecutivos son 326, 327 y 328.

Esta regla a la que llegaron les permitió encontrar el segundo número de la serie de consecutivos (se divide por tres y se encuentra el del medio).

Otras intervenciones posibilitaron la generación de nuevas interacciones. "¿Cómo hacer para encontrar directamente otro de los números? Por ejemplo, ¿el primer número de la serie o el tercero?"

> En el intercambio surgió que si a un número se le resta tres y se obtiene un múltiplo de tres, al dividirlo se llega al primer número de la serie de tres consecutivos. Ejemplo:
> 981 - 3 = 978
> 978 : 3 = 326
> Los tres consecutivos son 326, 327 y 328.

Una nueva intervención que permitía seguir avanzando. "En los dos casos presentados se obtuvieron el primero y el segundo de tres consecutivos. ¿Hay posibilidades de obtener el tercero?"

> Los docentes llegaron a la conclusión de que si se le suma tres a un número cualquiera y se obtiene un múltiplo de tres, al dividir ese número por tres se llega al tercer número de la serie de consecutivos.

En los tres casos, la razón fundamental es que para que un número resulte suma de tres consecutivos debe ser un múltiplo de tres distinto de cero.

> Una de las docentes participantes presentó otras razones matemáticas que sustentaban la afirmación anterior escribiendo otro ejemplo:
> $123 = x + (x + 1) + (x + 2)$
> $123 - 3 = 3x$
> $120 : 3 = x$
> $x = 40$
> Por lo que los tres números consecutivos cuya suma es 123 son 40, 41 y 42.

Estas reglas y sus explicaciones permitieron extender las razones para desechar el 104 como resultado de la suma de tres números consecutivos.

Segunda parte

La segunda parte de la puesta en común se vincula directamente con nuestro propósito de reflexionar sobre las interacciones a través del análisis didáctico de la cuestión matemática planteada.

El primer intercambio giró en torno a la pregunta: ¿qué creen que les permitió esta serie de tres problemas? ¿A qué objeto matemático apunta?

Se planteó el análisis colectivo del *primer problema*: ¿a qué los obligó? A probar, a ensayar, a explorar considerando las dos condiciones que se daban: tres números consecutivos y un número resultante de su suma.

Con respecto al *segundo problema* preguntamos: ¿permitió algún tipo de reinversión de las conclusiones obtenidas a partir del primer problema?

Y el *tercer problema*, ¿a qué los obligó? A hacer una síntesis de lo recorrido y poder llegar a una posible "conclusión".

O sea que el recorrido por los tres problemas obligó a ensayar, a anticipar, a establecer limitaciones y a llegar a conclusiones a través de generalizaciones.

Todo este trayecto también nos permitió analizar conjuntamente con los maestros las decisiones que tomamos en la planificación del taller, aquellas que fueron surgiendo a partir de los conocimientos que ellos pusieron en juego así como lo que circuló entre ellos durante la resolución del problema y también en esta parte de la puesta en común.

Posteriormente, el análisis se centró en algunas de las distintas variables didácticas intervinientes, tratando de identificar el tipo de interacción que genera u obstaculiza cada una de ellas.

Con respecto a la propuesta

Es una propuesta que integra tres problemas pertenecientes al contexto matemático. Comúnmente se insiste en que las propuestas deben ser de la vida cotidiana o del contexto lúdico, dejando de esta forma de lado el valor de determinadas propuestas del contexto matemático, como es este caso.

Este tipo de propuesta puede ser considerada abierta en el sentido de que promueve la exploración con diversos ejemplos que los propios docentes, en este caso, pueden proponer para corroborar o desechar algo que "encuentran". Estamos así resignificando el concepto de propuestas abiertas que hasta ahora se limitaban a aquellas que habilitaban diversos procedimientos de resolución o distintas soluciones. En esta situación permite plantearse nuevas posibilidades y hacerse nuevas preguntas... en definitiva, hacer Matemática. Para Brousseau (1986), esto implica ocuparse de problemas... pero no solo resolverlos, sino también encontrar buenas preguntas.

Propuestas de este tipo en la escuela promueven el desarrollo de la autonomía en el trabajo matemático de los niños.

> *«La apropiación de estas formas de hacer Matemática por parte del alumno, le otorga distintos grados de autonomía en su aprendizaje. Poder seguir pensando o hacerse nuevos planteos bajo el formato "y si..." son evidencias de una autonomía en su pensamiento.»* (Rodríguez Rava y Arámburu, 2016:18)

En el taller destacamos el valor de pensar propuestas abiertas de este tipo, pero además de pensar series de problemas que le permitan al alumno un recorrido en torno a un mismo asunto matemático. Muchas veces, esto tiene más valor que pensar o tomar problemas "sueltos" de distintas fuentes, sin percibir claramente a lo que cada problema apunta. Recalcamos además la necesidad de identificar el propósito de cada problema, diferenciándolo de los otros conocimientos matemáticos que se puedan poner en juego. Todo esto exige una planificación muy detallada de la propuesta y su forma de gestión.

Los materiales

En este caso hubo una habilitación de la calculadora en forma natural por parte de los docentes participantes del taller.

Y en este sentido queremos señalar la importancia de que los alumnos escolares decidan los materiales que puedan utilizar. Esto también apunta al desarrollo del trabajo autónomo por parte de los niños. La selección de distintos materiales puede asimismo abrir la posibilidad de nuevas interacciones entre los alumnos.

La organización

En el desarrollo del taller se combinaron distintas formas de organización: ascendente y descendente.

1) Dupla
2) Individual
3) Otra dupla
4) Actividad colectiva

Explicitar las distintas formas de organización permitió analizar lo que cada una de ellas posibilita y la importancia de la alternancia, en este caso, ascendente y descendente.

Se plantearon preguntas que llevaron al análisis y a la reflexión por parte de los maestros participantes.

- ¿Por qué la segunda consigna no se dio en voz alta y se hizo a medida que iban terminando la primera?
- ¿Por qué la primera consigna sí se dio para todos en forma conjunta?
- ¿Qué instancia permitió mayor interacción entre los participantes?
- ¿Cuáles son las posibles explicaciones?

Todas estas interrogantes nos llevan a pensar en qué medida la escuela "enseña" a interactuar a partir de distintas organizaciones. Si bien somos conscientes de que se usan estos formatos de organización en la clase de Matemática, nos estamos planteando si los docentes realmente planificamos su enseñanza y en qué medida visualizamos la incidencia del accionar didáctico en la generación de las interacciones del alumno con el objeto de conocimiento y/o con otros alumnos.

Las interacciones

Todas las preguntas que fueron planteadas desde el comienzo permitieron centrar el análisis en torno a la importancia de las interacciones y su incidencia posible en la producción individual.

«Las interacciones pueden permitir a los niños:
- *apropiarse de las consignas de una situación: cada niño, frecuentemente después de un tiempo de trabajo individual, expresa el modo en que ha interpretado el enunciado, lo que no ha entendido, lo que le recuerda, por ejemplo: la reformulación de otro alumno puede permitirle comprender mejor;*
- *confrontar las respuestas elaboradas individualmente, comprender las divergencias eventuales para ponerse de acuerdo en una respuesta única;*
- *comunicar su método o su solución y defenderlos contra las proposiciones diferentes si se lo juzga necesario;*
- *comprender el proceso de otro, ser capaz de descentrarse de su propia investigación, cuestionarla, interpelarla;*
- *apreciar los elementos positivos de caminos diferentes, evaluar el grado de generalidad de cada uno;*
- *identificar, a menudo de modo no convencional, un procedimiento, un camino: "podríamos hacer como hizo Nicolás".*

Esta lista no es exhaustiva, ¡aunque es muy ambiciosa!» (Equipo ERMEL *apud* Parra, Sadovsky y Saiz, 1994:9-10)

Somos conscientes de que las interacciones generalmente no se dan por sí solas, es necesario planificar la forma de promoverlas. Aquí juegan un papel fundamental las intervenciones docentes. Todo esto quedó muy en evidencia a lo largo del taller que venimos describiendo y fue objeto de un análisis conjunto por parte de todos los participantes.

Las intervenciones docentes

¿A qué llamamos intervenciones docentes? Como señalan Harfuch y Foures (2003), son las acciones del docente reflexivo, fundamentalmente reflexivo sobre su práctica.

Son estas acciones las que nos permiten generar diferentes tipos de interacciones entre los sujetos que aprenden y con los objetos de aprendizajes.

Estas intervenciones comienzan en el momento en que pensamos y/o seleccionamos el contenido matemático a trabajar, el recorte que realizamos del mismo y la intención de un posible recorrido. Todas estas acciones se hacen desde un marco conceptual sobre la enseñanza y el aprendizaje de la Matemática, y considerando los conocimientos y características del grupo de alumnos, en nuestro caso docentes.

Otra instancia de intervención es la que realiza el docente en el aula al tomar decisiones fundadas fuertemente en su concepción sobre enseñanza y aprendizaje de los asuntos matemáticos.

Según Xavier de Mello (2016), existen distintos tipos de intervenciones docentes:

1. *«Las que conciernen a la transmisión del saber:*
   - *indicaciones de tareas a los alumnos,*
   - *ayudas a su realización,*
   - *evaluaciones,*
   - *recapitulaciones del conocimiento a retener.*
2. *Las que refieren a la gestión de la clase:*
   - *observaciones sobre el comportamiento de los alumnos,*
   - *consignas o ayudas que aportan al funcionamiento de la clase.»* (*idem*, p. 41)

Son estas últimas las que Harfuch y Foures (2003) denominan intervenciones de orden.

Algunas son más generales como pedir silencio, que atiendan, que copien la fecha, que saquen libros o cuadernos.

Otras son más específicas, ordenan la tarea a llevar a cabo o ayudan a mantener el trabajo que se viene realizando. Algunos ejemplos de este modo de intervención: recordar cómo se resolvió hacer un determinado tipo de trabajo, solicitar que lean cuidadosamente un enunciado o que completen un cuadro.

«Dentro de las que conciernen a la transmisión del saber nos centramos en las del segundo tipo: ayudas a la realización de la tarea.

Distinguimos:

- *Ignorar la producción (oral o escrita) de un alumno.*
- *Corregir al alumno señalándole su error.*
- *Responder en lugar del alumno.*
- *Completar una formulación incompleta, para aportar la solución.*
- *Simplificar las tareas para evitar el error.*
- *Reactivar la actividad cognitiva de la clase o de un alumno o un grupo de alumnos.*

  [...]

  Hay formas de intervención de reactivación que son más o menos dirigidas:
- *Cambiar de participante interrogando a otro alumno.*
- *Guiar al alumno interrogado en su respuesta.*
- *Facilitar la respuesta planteando, por ejemplo, preguntas intermedias.*

  Sin embargo, una reactivación real implica entre otros aspectos:
- *Darle más tiempo de investigación al alumno.*
- *Ayudarlo a ver lo que él mismo produjo.*
- *Centrarlo en la tarea, si su actividad no tiene relación con la misma.*
- *Estimularlo a seguir pensando.»* (Xavier de Mello, 2016:41)

«Las intervenciones docentes durante la puesta en común deberán ser muy medidas.

Tienden a clarificar los aspectos vagos o indefinidos de los procedimientos: ¿por qué hicieron esa cuenta? ¿Puede ser? ¿En qué caso hubieran hecho esta?, etcétera.» (*idem*, p. 40)

Harfuch y Foures (2003) observan que las intervenciones pueden ser **abiertas o cerradas**.

Las intervenciones abiertas son la que estimulan la participación. No se toma partido por una u otra respuesta para lograr que se involucren todos.

Las intervenciones cerradas buscan una única respuesta y se conduce a los alumnos a obtenerla.

Asimismo hablan de intervenciones **sustantivas o no sustantivas**.

Las sustantivas (importantes, fundamentales, esenciales vinculadas directamente al asunto matemático) dirigen el contenido, lo enmarcan, a veces lo amplían o profundizan aportando nuevos elementos.

Las no sustantivas son opuestas a las anteriores. El docente toma intervenciones que no van a lo medular de la clase. Se queda en detalles. Se aparta de lo esencial del contenido.

Estas autoras también mencionan las intervenciones ficticias. En realidad no se escuchan las respuestas de los alumnos, sino que se pregunta y se sigue el hilo de lo que el docente viene diciendo.

Tomar conciencia de estos distintos formatos de intervención le permite al docente realizar un análisis de lo que genera cada una de esas acciones.

Durante la planificación de nuestro taller buscamos que muchas de nuestras intervenciones fueran sustantivas y lograran una reactivación real. Y en nuestro análisis posterior identificamos el darle tiempo de indagación y búsqueda a los docentes, estimulándolos a seguir pensando y ayudándolos a ver lo que ellos mismos produjeron.

Una de las intervenciones docentes que merece un lugar especial es la puesta en común que organiza el docente.

La puesta en común

En la puesta en común realizada en el taller nos preguntamos: ¿por qué la decisión de recoger primeramente solo los resultados? (en este caso era uno solo, salvo en el tercer problema). ¿Por qué esos y no todos?

En el segundo problema, ¿se repite la elección?

En el tercero, además de la presentación de generalizaciones a las que llegaron, ¿por qué motivo se plantea una nueva posibilidad?

Estas interrogantes nos llevaron nuevamente a pensar en el proceso permanente de toma de decisiones por parte de los docentes. En este caso optamos por una puesta en común como espacio de producción que marca diferencias con otro tipo de puestas en común. Pudimos ver como tomamos una decisión de acuerdo a lo que nos proponemos trabajar, de manera fundamentada y teniendo opciones a disposición.

De las interacciones que se producen entre el docente y los alumnos, la puesta en común es un proceso privilegiado como espacio de producción de conocimiento.

En nuestro taller, la puesta en común se enfocó en la producción de conocimiento didáctico en relación con las interacciones.

Parra, Sadovsky y Saiz (1994) analizan el rol esencial del docente que en toda puesta en común es el de mediador que se propone actualizar, hacer circular, analizar, poner a discusión, entre otros propósitos, un determinado contenido, concepto o procedimiento.

La puesta en común siempre es difícil por su diversidad en cuanto a su necesaria estrecha relación con el propósito que se plantea el docente, lo cual obliga a un control riguroso del rol del mediador.

Existen “puestas en común” que en realidad son instancia de presentación de todos los procedimientos o de corrección después de haber dado un espacio productivo para la indagación.

En términos generales no se puede perder de vista que toda puesta en común siempre es un momento de intercambio, de explicaciones, de debates, los cuales se realizan normalmente a través del lenguaje oral aunque muchas veces incluye registros, representaciones.

Puesta en común es hacer público; por tanto, la comunicación cumple un rol esencial. Es preciso formular el propio pensamiento, explicitar, explicar, justificar y también entender el pensamiento de otro, contestar un argumento, pedir explicaciones, etcétera.

Es un trabajo a largo plazo, llegar a responder los por qué y los cómo en el recorrido hacia la toma de conciencia de lo que ya sé y lo que debo aprender, y saber qué herramientas poseo para poder alcanzarlo.

Esta metacognición, afirman las autoras, de volver sobre sus acciones, sobre los procesos intelectuales, sobre sus saberes, es una poderosa palanca de progreso en el aprendizaje de los niños y en el nuestro en cuanto docentes y formadores de maestros.

En síntesis: la discusión colectiva generada a lo largo del taller permitió analizar y reflexionar sobre el valor de una propuesta y su gestión. Esto exige, tanto a los formadores de docentes como a los docentes, un trabajo de planificación que involucra un análisis de todas las decisiones que toma el docente o formador, y de lo que cada una de ellas promueve u obstaculiza. Q

Referencias bibliográficas

BROUSSEAU, Guy (1986): “Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques” en *Recherches en Didactique des Mathématiques*, Vol. 7, Nº 2, pp. 33-115. Grenoble: La Pensée Sauvage, éditions.

HARFUCH, Silvia A.; FOURES, Cecilia I. (2003): “Un análisis de las intervenciones docentes en el aula” en *Revista Latinoamericana de Estudios Educativos*, Vol. XXXIII, Nº 4, pp. 155-164. En línea: https://www.redalyc.org/pdf/270/27033406.pdf

PARRA, Cecilia; SADOVSKY, Patricia; SAIZ, Irma (producción) (1994): *Enseñanza de la Matemática. Documento curricular del Profesorado de Enseñanza Básica*. Programa de Transformación de la Formación Docente (PTFD). Buenos Aires: Ministerio de Cultura y Educación. En línea: http://www.aulavirtual-exactas.dyndns.org/claroline/backends/download.php?url=L01BVEVSSUFMX0RFX0xFQ1RVUkEvQU7BTEITSVNfREIEwUNUSUNPL1BURkQucGRm&cidReset=true&cidReq=PMFCMATEMAT

RODRÍGUEZ RAVA, Beatriz; ARÁMBURU RECK, Graciela (coords.) (2016): *El hacer Matemática en el aula. Un puente hacia la autonomía*. Colección matemática, 1. Montevideo: FUM-TEP/Fondo Editorial QUEDUCA.

XAVIER DE MELLO, Ma. Alicia (2016): “La gestión de los problemas matemáticos” en *QUEHACER EDUCATIVO*, Nº 136 (Abril), pp. 34-41. Montevideo: FUM-TEP.