

Reflexiones en torno a una secuencia de

Adriana Pico | Inspectora de Zona. Montevideo.

«En el marco de la planificación de los contenidos de enseñanza, las secuencias didácticas atienden tanto a la estructura psicológica que define el aprendizaje desde la complejidad del pensamiento, como a la estructura de los contenidos, los que abordados desde distintas perspectivas cada vez más complejas, amplían el conocimiento en cada instancia de la secuencia.

Las secuencias como medios para enseñar y para aprender, se corresponden con el concepto de recurrencia en el primer caso y con los conceptos de resignificación y construcción en el segundo. Por lo tanto la relación entre la intencionalidad educativa y los procesos de aprendizaje son claves en su elaboración.» (ANEP. CEIP, 2016:7)

¿Cómo planificar una secuencia de Matemática estructurada progresivamente de manera tal que una actividad complemente y amplíe la actividad anterior y considere la evaluación para continuar avanzando?

En esta oportunidad analizaremos una secuencia de división en Segundo grado, en la cual las maestras realizan un recorte para el abordaje de los diferentes significados de las operaciones en el campo multiplicativo: proporcionalidad (reparto o de agrupamiento), de producto escalar (dobles y mitades) y de producto de medidas (organizaciones rectangulares).

Secuencia de enseñanza: la división

Maestras: Mariana Franco, Soledad González y Gabriela Anzalone

Año: 2017

Fundamentación

Si bien se sabe que la división es la operación inversa a la multiplicación, hay algunas características particulares en su enseñanza.

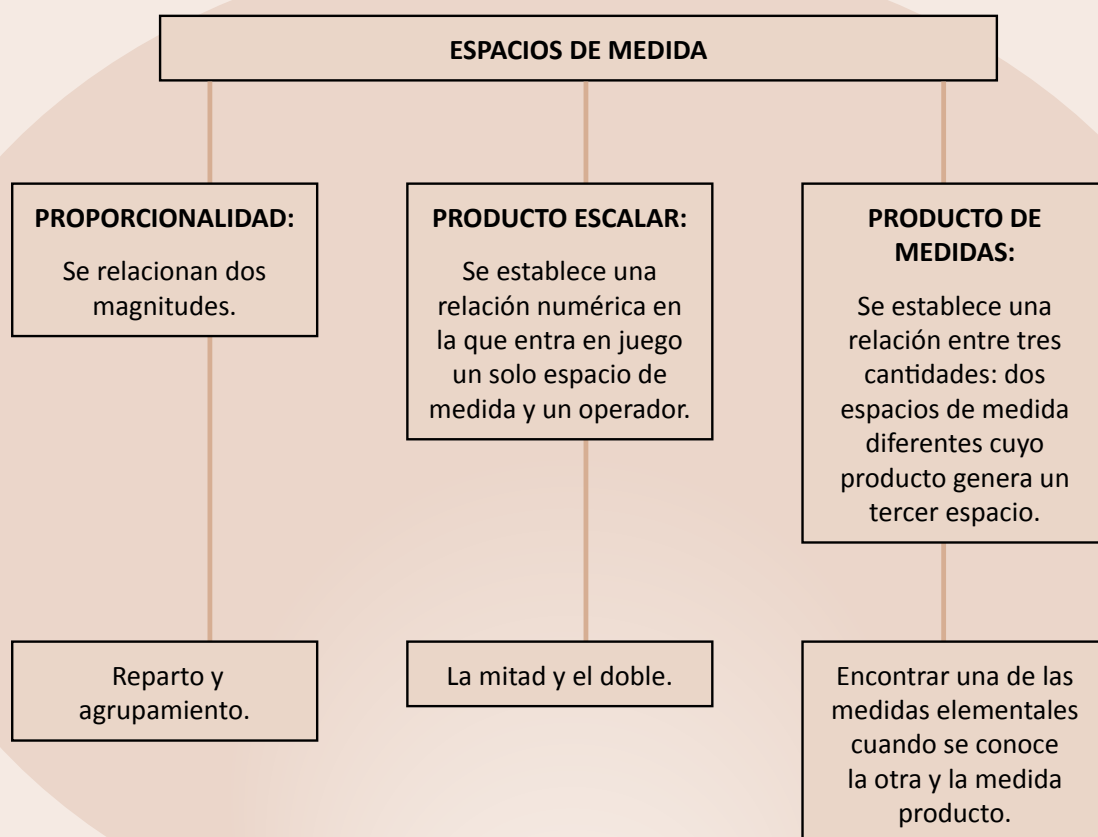
Aprender la división no debe reducirse a aprender el algoritmo. Aprender a dividir implica elaborar y dominar recursos, y poner en juego distintas estrategias de resolución. Los alumnos deberían lograr reconocer en qué momento utilizar la división para resolver determinados problemas, así como poder establecer relaciones con las demás operaciones.

Dentro del campo multiplicativo encontraremos situaciones que se resuelven mediante la multiplicación o la división.

En la siguiente secuencia se plantearán actividades referidas a la división donde, de acuerdo a lo propuesto por Vergnaud (1991), se respetarán tres grupos de problemas multiplicativos según la cantidad de espacios de medidas que intervengan:

1. Problemas de proporcionalidad
2. Problemas de producto escalar
3. Problemas de producto de medidas.

enseñanza en Matemática



Contenidos

- Operaciones – La multiplicación y la división.
- El cálculo pensado: los dobles y las mitades.
- Los distintos significados de las operaciones: el isomorfismo de medidas (proporcionalidad), el producto de medidas (combinación), el espacio único de medidas (producto escalar).

PROPÓSITO	ACTIVIDAD
Propiciar la comparación de los procedimientos utilizados para resolver cuando el reparto no es equitativo.	Repartir una colección, no necesariamente en partes iguales. Se les propondrá a los alumnos realizar un álbum de figuritas donde deberán repartirlas en dos páginas, sin aclarar que sea en forma equitativa. Luego se reflexionará sobre las diversas resoluciones obtenidas y cómo todas son válidas, de acuerdo a la consigna. <i>Repartir 18 figuritas en dos páginas del álbum.</i> <i>Repartir 25 figuritas en dos páginas del álbum.</i>
Aproximar al concepto de reparto equitativo en cantidades discretas.	Repartir, equitativamente, las figuritas en dos páginas. Se trabajará con el concepto “equitativo”, y en qué casos es posible repartir en partes iguales y en cuáles no: número par e impar de figuritas. <i>Repartir 18 figuritas en partes iguales, en dos páginas del álbum.</i> <i>Repartir 25 figuritas en partes iguales, en dos páginas del álbum.</i>
Promover la discusión sobre reparto equitativo y no equitativo, y analizar las distintas estrategias de resolución.	Se les presentará a los alumnos una propuesta de reparto, sin aclarar si es equitativo o no lo es. A partir de lo realizado por los niños se analizarán las diferentes soluciones. <i>Problema 1 del Cuaderno para hacer Matemática en Segundo (ANEP. CEIP, 2017a:70)</i>
Propiciar la resolución de problemas de reparto equitativo sin que sobre nada.	Problema de reparto equitativo. (Registro sobre las resoluciones en papelógrafo como recurso de apoyo para otras resoluciones). <i>Problema 2 (idem)</i>
Problematicar y promover la reflexión para determinar qué procedimientos son los más adecuados en el reparto con resto distinto de 0.	<i>Problema 4 (ibid., p. 71)</i>
Favorecer la elaboración de estrategias personales a partir de una instancia de juego donde deberán agrupar cantidades.	Se les presentará un juego de cartas, donde los niños deberán agrupar las diferentes cantidades de las mismas para descubrir cuántos jugadores podrán participar, siendo que todos deben tener la misma cantidad de cartas y no debe sobrar ninguna. Análisis y discusión de los procedimientos utilizados. Comparar y validar.
Resignificar el concepto de división con el significado agrupamiento.	<i>Problema 6 (idem)</i> Reflexión colectiva, <i>Bla, bla (idem)</i>
Promover el análisis de los variados procedimientos de resolución en problemas de agrupamiento y su validez o no.	Problemas de agrupamiento de cantidades con resto. <i>Mamá homea pizetas en bandejas de a 4. Amasó 26 pizetas. ¿Cuántas bandejas necesitó para hornearlas todas?</i> <i>Problema 5 del Libro para el Maestro (ANEP. CEIP, 2017b:110)</i>
Avanzar en la conceptualización de la noción de división con relación al cálculo de dobles y mitades en contexto de juego.	1. UN TABLERO DE CÁLCULOS Se les presentará a los alumnos un juego de tablero donde a medida que avancen en el mismo deberán calcular en equipos cuántos puntos ganan o pierden. Los casilleros problematizarán con relación a la búsqueda del doble y la mitad de los puntos de cada equipo. 2. DOBLES CON DADOS (ANEP. CEIP, 2017a:54-55)
Resignificar lo trabajado sobre el cálculo de mitades en contexto intramatemático.	Problemas para calcular mitades de diferentes números.
Propiciar instancias de juego en las que deban resolver utilizando organizaciones rectangulares.	JUGANDO CON BLOQUES Se les propondrá a los niños un juego en equipos. Cada uno de ellos tendrá que construir una pared de bloques respetando una consigna que será diferente en cada caso. Los equipos reciben distinta cantidad de bloques. Por ejemplo: “Usando 20 bloques construir una pared que tenga 4 columnas”. En forma colectiva analizar cómo hizo cada equipo para cumplir la consigna y descubrir la cantidad de filas en cada ejemplo.
Propiciar la utilización de variados procedimientos de resolución y su análisis en problemas de organizaciones rectangulares.	FONDOS DE COLOR Se les propondrá a los alumnos, la elaboración de murales coloridos realizados con papel glasé. En una primera instancia deberán calcular cuántos papeles necesitarán considerando que la condición será que deben utilizar todos los papeles en determinada cantidad de filas. Encontrar estrategias de resolución que permitan calcular cuántas columnas serán necesarias.

Evaluación

	No logra resolver ni elabora estrategias personales de resolución.	Resuelve utilizando el dibujo como herramienta.	Resuelve utilizando estrategias de cálculo.
A			
B			
C			

Reflexiones a partir de esta secuencia

¿Cuál es el recorrido que realizan las docentes en esta secuencia?

La intencionalidad docente al planificar esta secuencia de enseñanza es que la división pueda ser abordada por los alumnos con distintas herramientas, e intervenir convenientemente para que todos puedan avanzar.

Las maestras parten de problemas para enseñar la noción de división con el propósito de que los alumnos construyan su sentido, teniendo en cuenta variados contextos y significados.

Consideran la idea de que una noción matemática cobra sentido a partir del conjunto de problemas en los cuales resulta un instrumento eficaz de resolución.

Promueven la elaboración de estrategias personales, la comparación de los procedimientos utilizados para resolver, el análisis de la validez o no de las respuestas, la reflexión para determinar qué procedimientos fueron los más adecuados.

Por otra parte, consideran diferentes contextos que posibilitan plantear problemas en los que la resolución requiera el uso de la división, aun sin saber el algoritmo convencional.

Tal como se presenta en la secuencia, podemos encontrar problemas en contextos cotidianos (no matemáticos), problemas en contexto matemático y problemas en contextos de juego. Propiciar instancias de juego como recurso de enseñanza supone favorecer que los alumnos usen estrategias que anticipen el resultado, tomen decisiones durante el juego y realicen acuerdos frente a las discusiones. Es de esperar que la actividad de juego se continúe con un momento de reflexión y elaboración de conclusiones ligadas a los conocimientos que se utilizaron durante el mismo. Luego, convendrá plantear problemas de distinto tipo en los que se vuelvan a usar esos conocimientos: juego simulado, problemas vinculados en contextos matemáticos, etcétera.

Al plantear los problemas, toman en cuenta los conocimientos del grupo de alumnos y abren su resolución a una variedad de estrategias, posibilitando que todos los niños puedan hacerlo.

Es necesario prever cuál es el tipo de interacciones que se pretende que se den, para organizar distintos momentos de la clase: las de los alumnos con el maestro, las de los alumnos entre sí, y las de cada alumno con el problema, además de proponer instancias de trabajo individual, en grupos o con toda la clase.

La secuencia propone un recorrido para que los alumnos exploren los significados de la división de los números naturales, y que calculen con distintos procedimientos, apoyándose en repertorios de cálculo pensado.

Las docentes abordaron los diferentes significados de la división, variando el tamaño de los números y las magnitudes involucradas.

A. Problemas de reparto equitativo y no equitativo

Teniendo en cuenta que los repartos pueden ser equitativos o no, la secuencia presenta problemas con la finalidad de que los niños analicen si es condición de la situación que el reparto se realice en partes iguales.

Repartir 18 figuritas en dos páginas del álbum.

Las respuestas posibles a esta situación son variadas, ya que puedo poner 10 en una página y 8 en otra, o 5 en una y 13 en la otra, pues no hay nada en el enunciado que indique que el reparto deba ser equitativo.

Luego se propone un espacio de confrontación de las diferentes resoluciones.

Asimismo se presentan problemas en los que la división alude a un reparto equitativo, se conoce la cantidad total de elementos de la colección a repartir y la cantidad de partes, pero no cuántos elementos corresponden a cada una.

Otro aspecto que propone abordar la secuencia es qué se hace cuando sobra algo luego de efectuado el reparto. Es decir, problemas en los que el resto es diferente de cero.

Lo que sobra no siempre se reparte. Se propone discutir si lo que sobra puede seguir repartiéndose o no y considerar la naturaleza de las cantidades involucradas, ya que no es lo mismo que sobren figuritas o barras de cereales.

Las docentes incluyen los problemas “Barritas de cereales” (ANEP. CEIP, 2017a:70), en los cuales se consideran la *equitatividad* y la *exhaustividad*.

B. Problemas de agrupamiento

En los problemas de agrupamiento, conociendo el total de elementos a agrupar y el número de elementos que tendrá cada grupo, se busca el número de grupos resultantes.

Se presentan los problemas “Barritas de cereales” (*ibid.*, pp. 70-71). En el “Bla, bla” se propone que los alumnos compartan la forma en que resolvieron los problemas.

Evidentemente van a aparecer diversos procedimientos, algunos niños realizarán dibujos, otros se apoyarán en los recursos de cálculo ya conocidos, en sumas y en restas sucesivas, y pueden aparecer multiplicaciones.

Como ya se expresó, ante esta variedad de producciones se pretende favorecer que los alumnos expliciten los procedimientos utilizados y argumenten respecto a su validez.

Las maestras tienen previsto promover instancias de trabajo colectivo a fin de comparar las estrategias utilizadas y de generar en la clase un trabajo de análisis de las relaciones entre unos y otros procedimientos. Asimismo se prevé el registro de las conclusiones y de las diversas resoluciones posibles en papelógrafos en la clase, lo cual ayudará a los alumnos a apropiarse de lo producido.

C. Problemas con dobles y mitades

Se introducen problemas de producto escalar a través de un juego con dobles y mitades.

En este tipo de problemas hay un solo espacio de medidas, ya que el 2 (doble) representa un operador escalar. Según Vergnaud (1991), las expresiones “tantas veces menos” o “tantas veces más” no representan medidas, sino operadores escalares.

Estos problemas también promueven avances desde el juego hacia el contexto matemático.

D. Problemas de producto de medidas

Del mismo modo que para los problemas de reparto, de agrupamiento, de dobles y mitades, estos problemas son parte del estudio de la división en Segundo grado.

Se propone un juego y el armado de un mural. También en este tipo de problemas se espera que los niños puedan resolver a través del dibujo, a través de cálculo de sumas o restas reiteradas o de la multiplicación. La intención es que los alumnos puedan comparar los diversos modos de resolver y analizar la economía de uno sobre el otro.

Vemos que en el recorte elegido, las docentes consideraron los distintos significados de la división, presentando variadas situaciones de modo de facilitar la comprensión de los alcances y limitaciones de esa noción.

«En relación con las formas de calcular, es conveniente ir avanzando desde los procedimientos que propongan los alumnos a los algoritmos usuales. Tanto los significados como las estrategias de cálculo, deben ser abordados de modo simultáneo en el aula, ya que una manera de controlar los cálculos que se proponen para resolver es pensando sobre las cantidades que intervienen en el problema.» (Zilberman, Castro y Chara, 2006:59)

Respecto a la evaluación, la idea es obtener información sobre los conocimientos que poseen los alumnos para luego tomar decisiones sobre lo que se desea enseñar. Los procedimientos de resolución de los niños serán insumos para promover avances, a fin de lograr un dominio progresivo de variados recursos de cálculo que permitan realizar divisiones usando sumas sucesivas, restas sucesivas, aproximaciones mediante productos. 

Referencias bibliográficas

- ANEP. CEIP. República Oriental del Uruguay (2016): *Circular N° 5/16*. División Educación Inicial y Primaria. Inspección Técnica. En línea: http://www.ceip.edu.uy/documentos/normativa/tecnica/2016/Circular5c_16_TECNICA.pdf
- ANEP. CEIP. República Oriental del Uruguay (2017a): *Cuaderno para hacer Matemática en Segundo*. En línea: http://www.ceip.edu.uy/documentos/2017/bibliotecaweb/matematica_segundo.pdf
- ANEP. CEIP. República Oriental del Uruguay (2017b): *Libro para el Maestro. Matemática en el Primer Ciclo*. En línea: http://www.ceip.edu.uy/documentos/2017/bibliotecaweb/matematica_maestro.pdf
- VERGNAUD, Gérard (1991): *El niño, las matemáticas y la realidad. Problemas de la enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria*. México: Ed. Trillas.
- ZILBERMAN, Graciela; CASTRO, Adriana; CHARA, Silvia (auts.) (2006): *Matemática 3*. Primer Ciclo EGB / Nivel Primario. NAP (Núcleos de Aprendizajes Prioritarios). Serie de Cuadernos para el aula. Buenos Aires: Ministerio de Educación, Ciencia y Tecnología de la Nación. Consejo Federal de Cultura y Educación. En línea: http://www.me.gov.ar/curriform/nap/3ero_matema.pdf