

# En “la altura” andamos...

## Propuestas de aula para el abordaje de la altura en triángulos y cuadriláteros en el segundo nivel

**Valeria Castagnello** | Maestra Directora.

**Karina Lombardo** | Maestra.

Integrantes del Equipo de Investigación e Innovación en Enseñanza de la Matemática, Revista *QUEHACER EDUCATIVO*. Las maestras produjeron el artículo con el acompañamiento de la maestra y formadora de maestros María del Carmen Curti.

Cuando enseñamos geometría en la escuela, uno de los objetivos que buscamos es que los alumnos reconozcan las propiedades de las figuras partiendo de lo que ya conocen. Aun los más pequeños, al decir “porque tiene tres rayitas” para caracterizar, o “este tiene cuatro puntitos y no tres como ese” para clasificar, están haciendo referencia a características de figuras como los triángulos o los cuadriláteros. Los docentes debemos tratar de ampliar la mirada de los alumnos y su percepción, guiando su pensamiento hacia propiedades «no tan visibles» (Broitman e Itzcovich, 2005:7) que les servirán para construir nociones geométricas. Ese modo de concebir la enseñanza donde las actividades deben ser un desafío, deben producir un conocimiento, llevará a nuestros alumnos a establecer nuevas relaciones entre las figuras que estamos estudiando. Para dar sus respuestas, los alumnos se deberán apoyar en las propiedades de las figuras, lo que les permitirá acercarse desde un pensamiento propiamente geométrico y validar, o no, lo realizado.

Al ingresar a la escuela, aun los niños más pequeños ya pueden realizar desplazamientos sin perderse, ubicar en el espacio de su cuarto un juguete que buscan, etcétera. Para poder llevar adelante estas actividades utilizan conocimientos espaciales de que disponen, aun antes de ingresar al jardín.

Tradicionalmente, los maestros hemos considerado que un manejo de las nociones espaciales sentaría las bases para las concepciones geométricas. Debemos tener en cuenta que son conocimientos diferentes. El conocimiento espacial se refiere al espacio físico, donde realizamos acciones como desplazamientos, dibujos, y donde «el éxito o el fracaso son determinados por el sujeto por comparación entre el resultado esperado y el resultado obtenido» (Berthelot y Salin, 1993-1994:41). Los conocimientos geométricos implican un espacio conceptual, las figuras trazadas “representan” un objeto matemático y «la validez de sus declaraciones ya no es establecida empíricamente sino que se apoya en razonamientos que obedecen a las reglas del debate matemático» (ibid.).

## Trabajando en contexto geométrico

Históricamente se ha privilegiado el rol del contexto cotidiano y del material concreto en toda la matemática, incluyendo la geometría. Actualmente debemos preguntarnos cuán potente es un recurso o una situación antes de llevarlos a la práctica. ¿Vale la pena la utilización de la caja de remedios, del rollo de papel higiénico, para trabajar prisma y cilindro? ¿Cómo utilizo este material? La cotidianidad, ¿es la puerta de entrada para abordar la geometría? ¿Sirve para enseñar lo que nos proponemos o estamos forzando la existencia de lo geométrico en nuestro entorno? ¿Está la geometría en todos lados?

Creemos que la geometría, como conocimiento abstracto que es, no está presente en el entorno. Lo que vemos o dibujamos son objetos perceptibles que evocan, simbolizan objetos abstractos. Cuando les pedimos a los alumnos que determinen en un grupo de figuras cuáles son triángulos, lo que estamos pidiendo es que encuentren las figuras que responden a las características que implican ser un triángulo: tiene tres lados y tres vértices, entre otras. Consideramos que para trabajar geometría debemos hacerlo desde la geometría misma, en un contexto intramatemático.

Por este motivo, intentaremos trabajar un contenido programático con actividades que reflejen lo expresado.

El *Programa de Educación Inicial y Primaria* (ANEP. CEP, 2009:333) plantea el siguiente contenido para cuarto grado:

### «Las relaciones intrafigurales.

- Las alturas de los triángulos, paralelogramos y trapecios.»

Se distinguen dos tipos de relaciones entre las figuras geométricas:

«Si adoptamos como geometría intrafigural aquella que da cuenta de las relaciones en el interior de una figura determinada y como geometría interfigural la que tiene en cuenta las relaciones mutuas entre diversas figuras, podemos poner en práctica una didáctica de la geometría que nos aproxime de una forma más correcta a los conceptos elementales de la geometría básica.» (Vecino, 2006:309)

En este artículo analizaremos algunas relaciones intrafigurales que propone el programa escolar. En primera instancia seleccionamos el contenido: las alturas de los triángulos, presentando algunas propuestas para el trabajo en el aula al iniciar el abordaje de este tema.

## Propuesta 1

### Primera parte

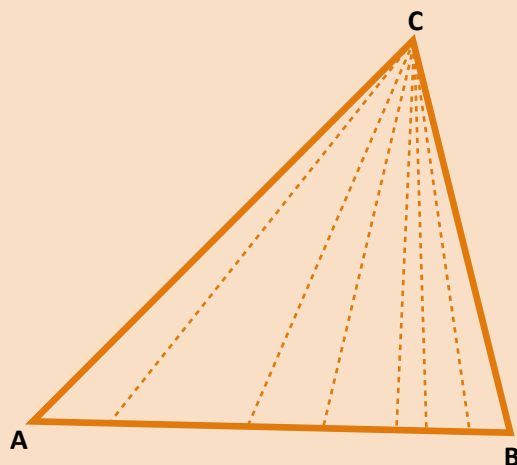
Actividad: de representación.

Objetivo: reconocer la perpendicularidad.

Organización del grupo: individual.

Materiales: hoja lisa con un triángulo impreso y una regla.

Consigna: traza segmentos de tal manera que uno de sus extremos sea el vértice C y el otro pertenezca al segmento AB.



La propuesta busca que los alumnos tracen diferentes segmentos que cumplan las condiciones dadas (los segmentos trazados en punteado son algunos de los que pensamos que los niños podrían trazar).

Discutir con ellos cómo son esos segmentos e identificar que hay uno que tiene una particularidad: forma dos ángulos rectos al cortar el lado AB.

Se introduce la idea de perpendicularidad.

Muchas veces, los niños no poseen previamente el concepto de perpendicularidad. Es aquí donde nos preguntamos: ¿es realmente necesario haber trabajado el concepto de perpendicularidad para introducir el concepto de altura?

O por el contrario: ¿es posible partir del concepto de altura para abordar la perpendicularidad? Más allá del recorrido que se quiera realizar con estos conceptos, es necesario que el docente conozca los conocimientos que traen sus alumnos. El desconocimiento de la perpendicularidad por parte de los niños, en una actividad en la que deben poner en práctica dicho concepto, demandará un abordaje específico de este concepto para que el trabajo planteado cumpla con su objetivo.

Con esta propuesta trabajamos el tema de la perpendicularidad para poder abordar las alturas en los triángulos.

### Segunda parte

Actividad: de representación (dibujar).

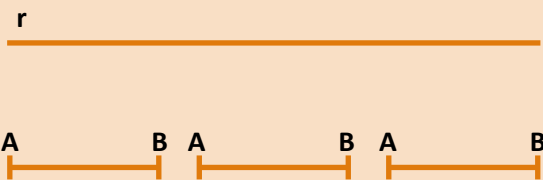
Objetivo: construir la noción de altura en triángulos.

Organización del grupo: en duplas.

Materiales: hoja lisa con los segmentos AB trazados y los instrumentos que los alumnos deseen.

Consigna: Traza triángulos ABC de forma tal que cumplan estas condiciones:

- que el segmento AB sea uno de sus lados en cada triángulo,
- que los triángulos trazados sean diferentes
- y que el vértice C pertenezca a la recta  $r$ .



Esta actividad permitirá que los alumnos tracen diferentes triángulos. Pensamos que trazarán los triángulos basándose en sus ángulos: rectángulo, acutángulo y obtusángulo. Como se da el segmento AB y la distancia a la que debe estar el otro vértice, no creemos que recurran al trazado de diferentes triángulos por sus lados.

En este momento sería importante generar discusiones en torno a qué clases de triángulos pudieron trazar, analizando en cada caso si se cumplieron las condiciones que solicitaba la consigna.

Discutir sobre las diferencias en cada trazo e identificar qué elementos se mantienen en cada uno de ellos.

Esto dará la posibilidad de analizar la ubicación del punto C y su relación con el segmento AB en cada uno de los triángulos. A partir de esto se les podría pedir a los alumnos que busquen la forma de validar que la distancia entre C y cada segmento AB sea la misma. Esto permitiría retomar la idea de perpendicularidad y abriría la posibilidad de hablar de “altura” del triángulo.

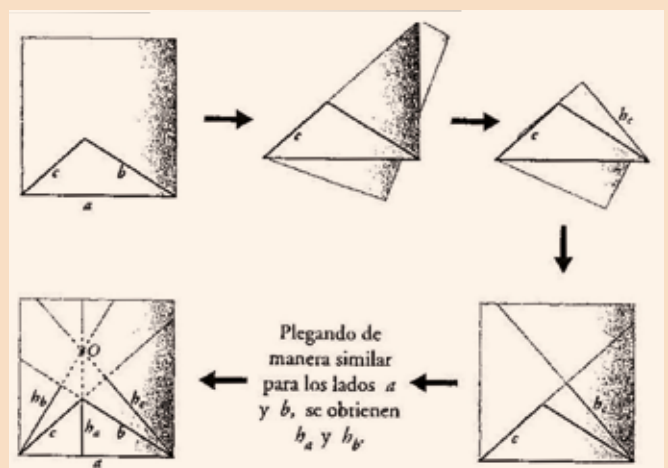
Lo importante es poder centrar la atención en la relación “base-altura” como dupla “inseparable”, como parte de las relaciones intrafigurales de las que habla Vecino.

Esta actividad permite acercarse al concepto de altura del triángulo como distancia entre dos rectas. Lo que no implica hacerlo explícito a los alumnos.

Se podría avanzar en el concepto de altura del triángulo a través de nuevas interrogantes: ¿dónde está ubicada la altura en cada triángulo? ¿En algún caso coincide con uno de sus lados? ¿En algún caso queda “fuera” del triángulo? ¿Por qué será?

Posteriormente, y para continuar con la construcción del concepto altura en la figura triángulo, se propondrían actividades que lleven a descubrir la existencia de tres alturas y sus respectivas bases.

Otra propuesta que trabaja con las alturas en un triángulo es la que presentan Colera, Gaztelú y García (2000:206). La actividad consiste en repartir una hoja a cada alumno con la figura trazada, como indica el modelo, y proceder luego a realizar los siguientes plegados con los alumnos:



La marcamos como una actividad potente porque por medio del plegado obtenemos las tres alturas (incluso una de ellas queda fuera de la figura) y la intersección de las mismas.

Pero además nos permite observar que los segmentos llamados alturas están incluidos en rectas.

## Propuesta 2

### Primera parte

Actividad: de representación (dibujar).

Organización del grupo: en duplas.

Materiales: hoja lisa donde estén trazadas las líneas  $r$  y  $g$ , escuadra y regla.

Objetivo: reconocer la altura en cuadriláteros.

Consigna: traza todos los cuadriláteros posibles de forma tal que dos de sus lados estén incluidos en estas rectas. Usa los instrumentos geométricos que consideres necesarios.



Es muy probable que los niños tracen rápidamente un rectángulo, luego intenten un cuadrado y un paralelogramo o trapecio.

En la puesta en común podríamos realizar preguntas que los lleven a reconocer qué tienen de diferente las figuras que trazaron, y qué implica que dos lados de dichas figuras estén incluidos en las líneas paralelas  $r$  y  $g$ .

Si, como pensamos, aparecen los cuadriláteros mencionados anteriormente, llevemos a los alumnos a encontrar la perpendicularidad en algunos de los lados trazados. ¿En qué figuras se da la perpendicularidad de sus lados? ¿Cuántos lados perpendiculares tienen? Además de ser perpendiculares, ¿qué otro aspecto tienen en común esos segmentos?

Y a las figuras que no tienen lados perpendiculares, ¿se les puede trazar segmentos perpendiculares? ¿De dónde a dónde pueden ser trazadas esas perpendiculares?

Tenemos así una primera aproximación al concepto de altura en los cuadriláteros. De la misma forma en que nos cuestionábamos la necesidad de tener la idea de perpendicularidad para trabajar altura en triángulos, es necesario indagar las nociones que sobre paralelismo poseen los alumnos.

En el programa escolar, el paralelismo aparece ya en segundo grado, pero para clasificar los cuadriláteros, los alumnos deben nuevamente utilizar ese concepto que deberá ser revisado.

### Segunda parte

Actividad: de reconocimiento (legajo).

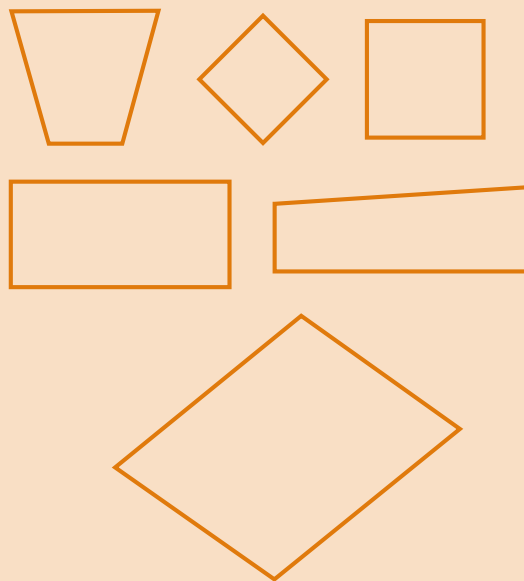
Organización del grupo: 3 o 4 integrantes.

Materiales: sobres con figuras recortadas<sup>1</sup> que representan cuadriláteros y legajos.

Objetivo: reconocer figuras por sus propiedades.

Consigna: sacar las figuras del sobre, leer las pistas y decidir a qué figura se hace referencia.

Figuras a recortar:



Un posible legajo:

Tiene sus cuatro lados, iguales dos a dos.  
Sus ángulos no son rectos.  
Tiene dos alturas.

<sup>1</sup> Las figuras, al ser recortadas, permiten observarse en forma no estereotipada, no siempre "apoyadas en el mismo lado" provocando que en otra posición no sean reconocidas por los alumnos. Para profundizar en este aspecto ver Quaranta y Ressia de Moreno (2007:33).



Esta actividad permite a los alumnos reconocer a qué figura pertenecen las propiedades presentadas en el legajo, pero además descarta a las otras figuras, llevándolas a formar un grupo integrado por las que no cumplen las propiedades propuestas. Esta discusión, que seguramente se dará dentro de los grupos, la deberemos recoger e invitarlos a compartir con la clase. ¿Pudieron encontrar la figura que se ajusta a todas las características dadas? ¿Qué figura eligieron? ¿Todos los grupos eligieron la misma figura? Las que descartaron, ¿qué propiedades no cumplían?

En los momentos colectivos, los docentes tenemos la oportunidad de introducir los términos geométricos adecuados.

Las siguientes actividades que se propongan, deberán ir guiando al alumno a reconocer qué cuadriláteros presentan una altura, dos alturas, y cuáles no tienen altura, para ir aproximándolos a una nueva conceptualización.

El recorrido hecho hasta ahora nos ha permitido visitar el concepto de altura como parte de una dupla: base/altura. Este trabajo nos obliga a pensar en las distintas definiciones, y la adopción de cualquiera de ellas implica posibilidades y limitaciones.

Revisemos brevemente algunas de las que tomamos de distintos autores.

- ▶ Para triángulos:
  - Altura de un triángulo: «segmento de perpendicular trazada desde cada vértice, a la recta que contiene al lado opuesto» (Fernández Val, 2002:27).
- ▶ Para cuadriláteros:
  - «Se llama altura de un cuadrilátero a la distancia entre las rectas que contienen a sus lados paralelos.» (Broitman et al., 2009:45)
  - «Se llama altura de un paralelogramo, a la distancia entre dos lados paralelos; cada uno de estos lados se llama base correspondiente a dicha altura.» (Coppetti, 1969:147)

¿Con cuál definición podemos trabajar?  
 ¿Qué consecuencias tiene la adopción de cada una de ellas? ¿Alguna es más amplia que otra?  
 ¿Cuál definición se acerca más a la que el niño va a construir con las actividades propuestas?  
 ¿Incluye una definición, todos los aspectos que deseamos tener en cuenta?


Más allá de seleccionar una definición, creemos que el docente debe permitir a sus alumnos la construcción provisoria del concepto de altura, que irá ampliándose en el transcurso de la escolaridad. La definición que construye el niño cuando está trabajando con altura de triángulos será provisoria y se resignificará cuando trabaje con las alturas de los cuadriláteros.

En la clase buscaremos generar instancias de debate, de confrontación de ideas, de justificación, de discusión y de conclusiones expresadas con palabras de los alumnos, e incluso conclusiones provisorias de “por ahora”. Y dejar en segundo plano los nombres, las definiciones (que deberían estar íntimamente relacionadas con lo que se quiere enseñar, en este caso la relación base y altura) y las representaciones, para que primen las relaciones, las características, las propiedades encontradas en dicha actividad.

Intentaremos que el trabajo con las alturas esté ligado más al conocimiento geométrico que a la tradicional relación con la medida y el cálculo de áreas.

Enmarcados en ese trabajo de aproximaciones a las nociones geométricas, insistimos en promover que sean los alumnos, y con sus palabras, los que sí definan las características y las relaciones encontradas.

En tal sentido debe importarnos la conceptualización que subyace a la expresión de una definición de altura, y que puede comprobarse cuando enfrentamos al alumno a preguntas como: ¿cuántas alturas hay en un triángulo? ¿Y en un rectángulo? ¿Y en un rombo? ¿Hay figuras sin altura? ¿Hay altura en cuadriláteros sin, por lo menos, un par de lados paralelos?

Los alumnos tendrán que ir encontrando respuestas a estas preguntas a lo largo del ciclo escolar. 

## Referencias bibliográficas

- ANEP. CEP. República Oriental del Uruguay (2009): *Programa de Educación Inicial y Primaria. Año 2008*. En línea (Tercera edición, año 2013): [http://www.cep.edu.uy/archivos/programaescolar/ProgramaEscolar\\_14-6.pdf](http://www.cep.edu.uy/archivos/programaescolar/ProgramaEscolar_14-6.pdf)
- BALDOR, J. A. (1967): *Geometría plana y del espacio*. México: Editorial Cultura Mexicana.
- BERTHELOT, René; SALIN, Marie-Hélène (1993-1994): “La enseñanza de la geometría en la Escuela Primaria” en *Grand N*, N° 53. París.
- BROITMAN, Claudia; ITZCOVICH, Horacio (2005): *El estudio de las figuras y de los cuerpos geométricos. Actividades para los primeros años de la escolaridad*. Buenos Aires - México: Ediciones Novedades Educativas.
- BROITMAN, Claudia; ITZCOVICH, Horacio; VARELA, Carlos; ESCOBAR, Mónica; ETCHEMENDY, Mercedes; NOVENBRE, Andrea; SANCHA, Inés (2009): *Estudiar Matemática en 6°*. Montevideo: Ed. Santillana.
- COLERA, José; GAZTELÚ, Ignacio; GARCÍA, Emilio (2000): *Matemáticas 1*. Madrid: Ed. Anaya.
- COPPETTI, M. y E. (1969): *Geometría y nociones sobre conjuntos*. Montevideo: Ed. Barreiro y Ramos.
- FERNÁNDEZ VAL, Walter (2002): *Geometría Métrica. Plano y espacio*. Montevideo: Ed. Kapelusz. En línea: <https://docs.google.com/file/d/0B7uL0wjOFVBeWl83eEJZbGFSY00/edit>
- FRIPP, Ariel; VARELA, Carlos (2012): *Pensar geoméricamente. Ideas para desarrollar el trabajo en el aula*. Montevideo: Grupo Magro editores.
- QUARANTA, María Emilia; RESSIA DE MORENO, Beatriz (2007): “El copiado de figuras como un problema geométrico para los niños” en *Enseñar matemática*. Colección 0 a 5. La Educación en los primeros años, N° 56. Buenos Aires: Novedades Educativas. En línea: <http://www.mecaep.edu.uy/pdf/matematicas/2012/Jornada6/QuarantaMEmiliiyRessiaDeMorenoBeatrizElcopiadodefiguras.pdf>
- VECINO RUBIO, Francisco (2006): “Didáctica de la geometría en la Educación Primaria” en M. del C. Chamorro (coord.): *Didáctica de las Matemáticas para Primaria*. Madrid: Pearson-Prentice Hall. Colección Didáctica Primaria.