

¿Es suficiente proponer buenos problemas para enseñar Matemática?

María del Carmen Curti | Maestra. Formadora de maestros en Enseñanza de la Matemática. Integrante del Equipo de Investigación e Innovación en Enseñanza de la Matemática de la revista *QUEHACER EDUCATIVO*.

Desde hace varios años, las investigaciones han demostrado que para enseñar Matemática es necesario resolver problemas. Este avance trajo como consecuencia la búsqueda de aquellos problemas que de alguna manera tuvieran la potencialidad para garantizar la producción de conocimiento matemático por parte de los alumnos.

Sin lugar a dudas, la elección de uno o varios problemas o, más ampliamente, de un determinado tipo de problema, es un aspecto de gran relevancia, ya que estos pueden tener distinta potencialidad en relación con el contenido matemático a enseñar.

A pesar de lo rigurosa que pueda ser esta selección, los problemas por sí solos se han mostrado insuficientes para garantizar la apropiación de un determinado concepto matemático.

Con este artículo pretendemos compartir algunos aportes de las investigaciones que analizan las condiciones en las que un problema puede cumplir con el objetivo de enseñanza que se propone el docente, las cuales tienen que ver esencialmente con la gestión de la clase en general y de los problemas en particular. En este proceso, el rol del docente es determinante para promover la construcción de conceptos matemáticos.

Creemos de utilidad hacer una puesta a punto sobre lo que se considera “hacer matemática”; al respecto, Bernard Charlot analiza las conexiones entre “estudiar matemática”, “aprender matemática” y “enseñar matemática”.

«Mi respuesta global será que estudiar matemáticas es efectivamente HACERLAS, en el sentido propio del término, construirlas, fabricarlas, producirlas, ya sea en la historia del pensamiento humano o en el aprendizaje individual.» (Charlot, 1986)

En la historia: *«Los resultados encontrados por un investigador son presentados a la comunidad dentro de las teorías más generales en que continúan siendo válidos, produciendo así una despersonalización, descontextualización y destemporalización del saber. El trabajo del profesor es en cierta medida inverso al trabajo del investigador, debe producir una recontextualización y repersonalización de los conocimientos. Estos se van a convertir en el conocimiento de un alumno, es decir, una respuesta bastante natural a condiciones relativamente particulares»* (Brousseau, 1986).

La construcción de conocimientos por parte de los alumnos a partir de resolver problemas tiene como condición que esos problemas sean portadores de sentido para ellos.

¿Es suficiente proponer buenos problemas para enseñar Matemática?

La premisa de que el conocimiento tenga sentido para el alumno ha sido analizada por diferentes autores, que le otorgan distintas dimensiones y alcances. Marie-Lise Peltier (2003) analiza las diferentes posturas. Una de ellas, que puede considerarse una visión algo restringida porque considera solo al sujeto y no a la naturaleza o el valor propio de los conocimientos, refiere a que un conocimiento tiene sentido para un sujeto si este es capaz de reconocer un campo de aplicación para el mismo.

G. Deleuze (1969, *ápu*d Peltier, 2003) determina tres dimensiones del sentido, la primera: *referencia*, muy relacionada con lo planteado en el párrafo anterior, se remite al vínculo con el mundo real, con la objetividad y la funcionalidad del conocimiento. Una segunda, *significación*, refiere a los conceptos en sí mismos y a la relación entre ellos. Y una tercera dimensión, *manifestación*, referida a la relación del sujeto con el saber, o sea, una dimensión subjetiva.

Gerard Vérgnaud (1994), por su parte, desde la psicología cognitiva, establece que el sentido de un concepto es una relación del sujeto con las situaciones y los significantes; entendiendo por significantes a los esquemas que el alumno puede poner a funcionar para abordar las situaciones a las que se enfrenta.

Para Guy Brousseau (1993), que apoya su teoría en la epistemología de Gastón Bachelard, el sentido de un concepto se apoya en tres conjuntos:

- ▶ La colección de situaciones en las que el conocimiento se realiza en tanto teoría matemática (semántica).
- ▶ La colección de problemas en los que este conocimiento interviene como solución (pragmática).
- ▶ El conjunto de concepciones, de elecciones anteriores, que él rechaza (historia personal y colectiva).

Para analizar el rol del docente en la gestión de un problema debemos acordar qué es un problema y para ello podemos citar a Jean Brun (*ápu*d Peltier, 2003): «*Un problema generalmente se define como una situación inicial con un objetivo por alcanzar, que le pide al sujeto realizar una serie de acciones o de operaciones para alcanzar ese objetivo.*»



Es Roland Charnay (1994), en su artículo: “Aprender (por medio de) la resolución de problemas”, quien analiza los problemas en profundidad, los distintos tipos y sus diferentes ubicaciones en el proceso de enseñanza. Este análisis refiere a las concepciones que sustentan la presencia de problemas en las actividades propuestas a los alumnos.

En la concepción más tradicional, el *modelo normativo*, el problema permitía la aplicación de conocimientos aprendidos con anterioridad, por lo cual se ubicaban al final de lo que se consideraba el proceso de enseñanza y ponía en evidencia en qué medida el aprendizaje se había producido, posibilitaba la ejercitación y afirmación de lo ya sabido. Por tanto, según el autor, el problema en este modelo tiene dos sentidos; uno, la utilización de un determinado conocimiento por parte del alumno y otro, el control, por parte del maestro, de la producción del aprendizaje.

Según esta concepción, los problemas se agruparán de acuerdo a si permiten corroborar la adquisición de un mismo conocimiento, es decir, en problemas del mismo tipo, y se organizarán en secuencias lineales de dificultad creciente, de lo fácil a lo difícil, de lo simple a lo complejo y de lo concreto a lo abstracto, para poder dar cuenta en cada etapa de cada nueva dificultad superada.



Con el advenimiento de la Escuela Nueva, que propone *el modelo incitativo*, se atribuye al problema la cualidad de promover el aprendizaje a partir de motivar al alumno para iniciar una búsqueda que le permitiría descubrir el conocimiento que se pretende enseñar. En este modelo, los problemas en su mayoría refieren a la vida cotidiana en consonancia con la idea de que el entorno cercano es lo que concita interés de los niños y por lo tanto es motivador.

El problema como *móvil* del aprendizaje pone el énfasis en la motivación, sin la cual no se produce un verdadero aprendizaje, y debe captar su interés y su voluntad de aprender. Los conocimientos involucrados en los problemas se revelan al alumno como herramientas efectivas para la solución de problemas de índole cotidiana.

El modelo incitativo coloca el problema al inicio del proceso de aprendizaje una vez lograda la motivación que desencadena el proceso, se propone el aporte de conocimientos y su utilización a partir de ejercicios. Es decir que este modelo comparte con el modelo normativo la necesidad de realizar ejercitaciones de aplicación del conocimiento adquirido.

En el modelo *apropiativo*, como lo denomina Charnay, el problema es «*recurso de aprendizaje*»; la resolución de problemas es considerada «*como fuente, lugar y criterio de la elaboración del saber*».

Es *fuerza*, porque es en el problema que el conocimiento se origina, se produce, se hace necesario.

Es *lugar*, porque en la resolución del problema se pone de manifiesto la potencialidad del conocimiento como herramienta, sus características, sus propiedades, su manera de funcionar, es decir que adquiere sentido externo e interno, de acuerdo a lo que plantea Brousseau, citado por Charnay.

Finalmente es *criterio*, porque posibilita la apropiación del conocimiento por parte del alumno.

Basándose en el análisis que hace Brousseau en la Teoría de las Situaciones Didácticas, Charnay coloca al problema en todo el proceso de aprendizaje.

Es al comienzo, en la devolución, cuando se produce la situación de acción en la cual el alumno se enfrenta al problema y se responsabiliza de buscar una estrategia de resolución. Pero no basta “comunicar” un problema al alumno para que lo considere *su* problema, es preciso que él se reconozca como el único responsable de resolverlo.

¿Es suficiente proponer buenos problemas para enseñar Matemática?

Brousseau señala que el objetivo de la devolución es instalar una situación adidáctica, a la cual describe como «*la interacción del alumno con una problemática que ofrece resistencias y retroacciones que operan sobre los conocimientos matemáticos puestos en juego*». En ella se realizan las interacciones entre el alumno y un medio que se le resiste.

El concepto de *medio*, elaborado por Brousseau, es complejo pero al menos hay que señalar que no se trata solamente del problema que es “devuelto” por el docente, sino que también incluye las relaciones matemáticas que se van modificando en el transcurso de la situación.

Esta interacción con el medio, afirma el autor, no puede darse en forma autónoma por parte del alumno, sino que requiere de la mediación del docente para que las respuestas particulares se inserten en un sistema organizado como son los saberes escolares, lo cual no sucede automáticamente.

Durante el intercambio con otros alumnos, el problema origina el debate que implica situaciones de formulación al explicitar, fundamentar, confrontar y sustentar sus propias opiniones con las de los compañeros. El problema también permite que se produzcan situaciones de validación al interior del grupo para acordar y decidir cuáles son los procedimientos adecuados para llegar a la solución.

Esta parte del proceso ha dado lugar a interpretaciones inadecuadas de la Teoría de las Situaciones Didácticas, que plantea que en la situación adidáctica desaparece la intencionalidad didáctica. Esta “ausencia” del docente refiere al compromiso intelectual del alumno con la tarea, y no al silencio del docente cuya responsabilidad es sostener el problema sin explicitar los conocimientos que el alumno debe movilizar.

La institucionalización es donde se considera el problema como *criterio* de aprendizaje. Es la toma de conciencia de la adquisición de una nueva herramienta y el uso del lenguaje de la disciplina para expresar lo aprendido por parte del alumno, y el reconocimiento por parte del docente de la distancia entre lo enseñado y lo aprendido en la situación planteada. Hay un reconocimiento oficial del objeto de enseñanza por parte del alumno, y del aprendizaje del alumno por parte del docente.



La utilización del problema para evaluar el nivel de apropiación de conocimientos por parte de los alumnos, permite al docente institucionalizar su gestión y promover de acuerdo a lo evaluado nuevos problemas para resignificar o familiarizarse, en el sentido que lo plantea R. Douady (1995), con el nuevo conocimiento y promover avances.

Irma Saiz¹ coincide con Charnay al reconocer tres grandes tipos de problemas: de *construcción*; de *reversión* donde se incluyen los de *resignificación* de conocimientos; y de *investigación* o problemas abiertos, que pretenden desarrollar competencias metodológicas. La autora cita la obra de Charnay (1993), donde realiza una clasificación mucho más amplia incluyendo, además de los citados, problemas de transferencia, de integración o de síntesis. Pese a su amplitud, esta tipología no contempla todos los problemas posibles y, por otra parte, un mismo problema puede pertenecer a cualquiera de los tipos señalados según el momento en que sea presentado.

Las características que adquiere el problema en el modelo apropiativo, de variedad de tipos, complejidad diversa, apertura, adecuación a distintos objetivos docentes, es lo que lo convierte en *recurso* del aprendizaje, según Roland Charnay.

¹ Material no editado comercialmente.




Es además generador de nuevos problemas, ya que un problema abierto dará lugar a nuevas situaciones, con diferentes obstáculos que producirán avances específicos en la búsqueda de los procedimientos adecuados para superarlos.

En síntesis, podemos decir que la tarea de gestión de un problema comienza con la elección del procedimiento más adecuado y potente para hacer emerger el conocimiento a enseñar.

El mismo le debe permitir al alumno elegir entre varias estrategias de resolución, entre las cuales estará la estrategia óptima. Además deberá tener una finalidad que puede identificarse independientemente del conocimiento a producir.

Estará inserto en un proyecto que supone que los conocimientos matemáticos complejos requieren de tiempos prolongados de elaboración, por lo que más que de un problema, se habla de un tipo de problemas que permiten recorrer los diferentes aspectos y las diversas relaciones del conocimiento en cuestión.

El docente debe además pensar qué motivación cognitiva conduce a producir estrategias de solución y analizar la situación en términos de conocimientos puestos en juego. Explicar por qué un cierto conocimiento es más económico o más adecuado para determinado problema e identificar los elementos que informan sobre los resultados de su producción y cómo hacerlos evolucionar. 

Bibliografía de referencia

- BROUSSEAU, Guy (1986): "Fundamentos y métodos de la didáctica de la matemática". Córdoba: Universidad Nacional de Córdoba. Facultad de Matemática, Astronomía y Física.
- BROUSSEAU, Guy (1993): "Fundamentos y métodos de la didáctica de la matemática". Traducción realizada con autorización del autor por D. Fregona y F. Ortega en *Trabajos de Matemática*, Serie "B", N° 19/93. Córdoba: Universidad Nacional de Córdoba. Facultad de Matemática, Astronomía y Física.
- CHARLOT, Bernard (1986): "La epistemología implícita en las prácticas de enseñanza de la Matemática". Conferencia dictada en Cannes. Extraído del material de lectura seleccionado en el Postítulo "Enseñanza de la Matemática para el nivel primario (EGB1 y EGB2)". Buenos Aires: CePA.
- CHARNAY, Roland (1993): "Problème overt, problème pour chercher" en *Grand N*, N° 51. Grenoble: IREM.
- CHARNAY, Roland (1994): "Aprender (por medio de) la resolución de problemas" en C. Parra e I. Saiz (comps.): *Didáctica de Matemáticas. Aportes y reflexiones*. Buenos Aires: Paidós Educador.
- DOUADY, Régine (1995): "La ingeniería didáctica y la evolución de su relación con el conocimiento" en M. Artigue; R. Douady; L. Moreno; P. Gómez (eds.): *Ingeniería Didáctica en Educación Matemática*. Bogotá: Grupo Editorial Iberoamérica.
- PELTIER, Marie-Lise (2003): "Problemas aritméticos. Articulación, significados y procedimientos de resolución" en *Educación Matemática*, vol. 15, núm. 3, pp. 29-55. México: Ed. Santillana. En línea: <http://redalyc.uaemex.mx/pdf/405/40515303.pdf>
- VERGNAUD, Gérard (1994): "Los problemas de la enseñanza de la matemática en la escuela primaria" en *Revista Novedades Educativas*, N° 46.