

La enseñanza de las operaciones en el primer ciclo escolar (1^{er} y 2^o año)

Beatriz Rodríguez Rava | Maestra. Licenciada en Ciencias de la Educación.

Muchas fueron las preguntas que antecieron a este estudio. ¿Cómo se enseñan las operaciones? ¿Qué saben los maestros sobre la enseñanza de las operaciones? ¿Qué enseñan? ¿Cómo se integran los aportes de la Didáctica de la Matemática? ¿Cómo se organiza el contenido a enseñar? ¿Cómo apoyar al maestro para profesionalizar su tarea?

Más allá del carácter instrumental no desdénable de “saber hacer cuentas”, las operaciones son un contenido matemático valioso para el desarrollo del saber matemático. Por lo tanto, la enseñanza de las operaciones supone el trabajo con distintos aspectos del tema: significados, relaciones entre operaciones, relaciones entre operaciones y el Sistema de Numeración Decimal, propiedades, relaciones entre propiedades, cálculo, algoritmos, resignificación de las operaciones en los diferentes conjuntos numéricos, notación de las operaciones (Rodríguez Rava, 2005).

En este trabajo centramos nuestro análisis en las distintas situaciones de uso, o sea, en los significados de las operaciones y el cálculo relacional que los mismos involucran.

Como parte del trabajo de investigación nos propusimos los siguientes objetivos:

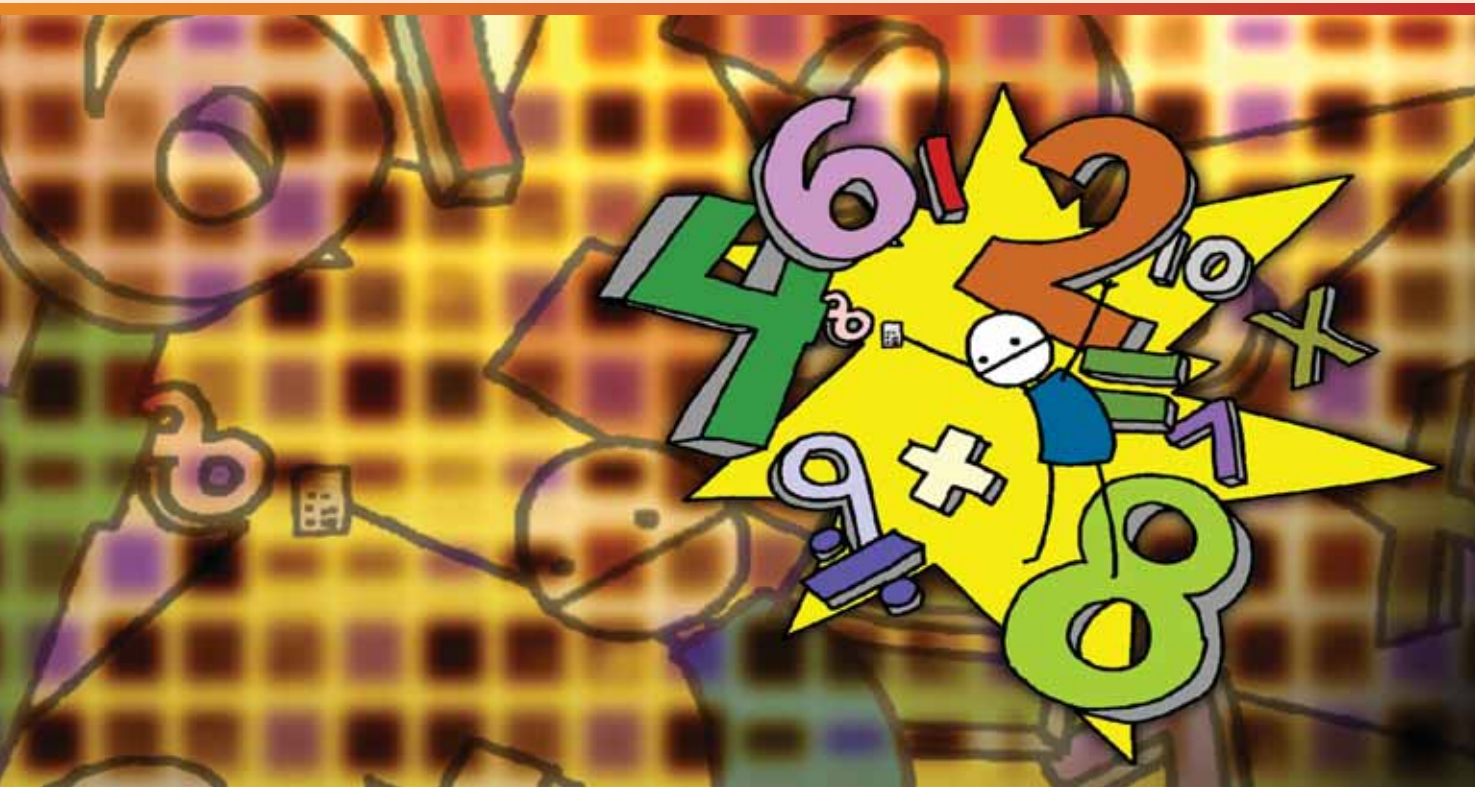
- Observar la enseñanza de las operaciones a través de distintas fuentes: Programa Escolar, prácticas habituales, planificaciones docentes.
- Identificar los diferentes fenómenos didácticos, producidos en el ámbito escolar en torno a la enseñanza de las operaciones.
- Elaborar una secuencia de enseñanza que favorezca la conceptualización de las operaciones por parte del niño.
- Releva insumos que aporten elementos tanto para el diseño de situaciones de enseñanza como para la formulación de planteos en la revisión del nuevo programa escolar.

Marco conceptual

A lo largo de la escolaridad, el alumno construye el sentido de diferentes conceptos; en el caso que nos convoca, de adición y sustracción.

¿Cómo construye el sentido? De acuerdo a los aportes de la psicología cognitiva, el sentido se define en referencia al sujeto. Gérard Vergnaud define el sentido como una relación del sujeto con las situaciones que le dan significado y con los significantes.

Desde una perspectiva didáctica, Guy Brousseau (1983) plantea que el sentido de un



conocimiento se define: «no sólo por la colección de situaciones donde este conocimiento es realizado como teoría matemática; no sólo por la colección de situaciones donde el sujeto lo ha encontrado como medio de solución, –sino también por el conjunto de concepciones que rechaza, de errores que evita, de economías que procura, de formulaciones que retoma, etc.» (Charnay, 1994).

Charnay agrega «que la construcción del sentido debe ser considerada en dos niveles:

- un nivel “externo”: ¿cuál es el campo de utilización de este conocimiento y cuáles son los límites de este campo?
- un nivel “interno”: ¿cómo y por qué funciona tal herramienta? (por ejemplo, ¿cómo funciona un algoritmo y por qué conduce al resultado buscado?).»

Según Vergnaud, el concepto “operación”, al igual que cualquier concepto, involucra:

- un conjunto de situaciones que dan significado al concepto (referente),
- un conjunto de invariantes (sentido),
- un conjunto de representaciones simbólicas (significante).

A la vez, este autor plantea que los conceptos no están aislados, sino íntimamente relacionados entre sí constituyendo lo que él denomina “campos conceptuales”.

Considera el campo conceptual como «un conjunto de problemas y situaciones cuyo tratamiento requiere conceptos, procedimientos y representaciones de diferentes tipos pero íntimamente relacionados».

Tres argumentos llevaron a Vergnaud al concepto de campo conceptual:

- un concepto no se forma dentro de un solo tipo de situaciones;
- una situación no se analiza con un solo concepto;
- la construcción y apropiación de todas las propiedades de un concepto o de todos los aspectos de una situación es un proceso de largo plazo que se extiende a lo largo de los años, y generalmente está lleno de dificultades.

Los aportes de Vergnaud forman parte de lo que él denomina Teoría de los Campos Conceptuales. Según el autor «(...) es una teoría cognitiva, que pretende proporcionar un marco coherente y algunos principios de base para el estudio del desarrollo y del aprendizaje de competencias

complejas, especialmente las que se refieren a las ciencias y las técnicas. Debido a que ofrece un marco para el aprendizaje, es de interés para la didáctica. Su principal finalidad es la de proporcionar un marco que permita comprender las filiaciones y las rupturas entre conocimientos, en los niños y los adolescentes, entendiendo por “conocimientos” tanto los saber-hacer como los saberes expresados» (Vergnaud, 1990).

Vergnaud identifica cuatro campos conceptuales: las estructuras aditivas, las estructuras multiplicativas, la lógica de clases y el álgebra elemental.

Las estructuras aditivas, que son en parte el objeto de nuestro estudio, son consideradas como el conjunto de situaciones cuya resolución exige de una adición o de una sustracción o de ambas. «El campo conceptual de las estructuras aditivas es a la vez el conjunto de situaciones cuyo tratamiento implica una o varias adiciones o sustracciones, y el conjunto de conceptos y teoremas que permiten analizar esas situaciones como tareas matemáticas. Son así constitutivos de las estructuras aditivas, los conceptos de cardinal, medida, transformación temporal por aumento o disminución, relación de comparación cualitativa...» (Vergnaud, 1990)

En este tipo de situaciones, Vergnaud identifica los números que representan estados y aquellos que representan una transformación o una comparación.

En este marco reconoce seis categorías de relaciones numéricas que abarcan la totalidad de los problemas de tipo aditivo. «Esta clasificación muy fina se apoya a la vez en un análisis matemático de los objetos en juego y de las relaciones entre esos objetos y en un análisis psicológico de la tarea por efectuar para resolver el problema.» (Peltier, 2003)

Dice el propio Vergnaud (2007): «En el conjunto de las clases de problemas, se puede identificar las filiaciones “favorables”, aquellas que permiten a los alumnos apoyarse sobre los conocimientos anteriores y progresar un poco en la complejidad (se está entonces en la zona de desarrollo proximal, más accesible), y aquellas que son “rupturas”, y que apelan a la desestabilización de los alumnos: estamos entonces en

una zona de desarrollo proximal menos accesible, para la cual el trabajo de mediación del profesor es más importante y más complejo».

Los aportes de Vergnaud que dieron marco a nuestro trabajo nos posibilitaron, por un lado, la identificación de vinculaciones entre la adición y la sustracción y, por el otro, un análisis exhaustivo de distintos problemas en cuanto a las relaciones entre los objetos matemáticos puestos en juego y las tareas de los alumnos.

Se tuvo en cuenta, además, que la construcción del sentido de todo concepto se basa fundamentalmente en «(...) el paso de una representación de la situación a una representación del problema, es decir, a una re-presentación de la situación que integra la vertiente de la acción» (Peltier, 2003).

Podemos afirmar que el alumno construye el sentido de las operaciones aditivas si logra reconocer «en cualquier situación relevante del campo conceptual, las estructuras que corresponden a esta operación, la estructura específica de esta situación y, posteriormente, si la aborda de manera conveniente» (Peltier, 2003).

Metodología

Se ha empleado la estructura base de la Ingeniería Didáctica. Esta metodología, que surge en el marco de la Didáctica de la Matemática, intenta superar las limitaciones que ofrecen los métodos de investigación tradicionales, tanto cuantitativos como cualitativos.

Guy Brousseau es quien, en la década del 60, comienza a estudiar y a analizar distintas formas de producción de conocimiento didáctico. Es en el ámbito del COREM¹ (1972) que surgen los primeros aportes para la constitución de la Ingeniería Didáctica como metodología de investigación propia de la Didáctica de la Matemática (Rodríguez Rava, 2003).

«Desde esta época se observa que buscar las condiciones de existencia de un saber constituye un medio general para la investigación y para la ingeniería didáctica. La descripción sistemática de las situaciones didácticas es un medio más directo para discutir con los maestros acerca de lo que hacen o podrían hacer, y para considerar cómo éstos podrían prácticamente tomar en cuenta los resultados de las investigaciones en otros campos. La Teoría de las Situaciones aparece entonces como un medio privilegiado,

¹ Centre pour l'Observation et la Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques.



no solamente para comprender lo que hacen los profesores y los alumnos, sino también para producir problemas... adaptados a los saberes y a los alumnos y para producir finalmente un medio de comunicación entre los investigadores y con los profesores.» (Brousseau, 1999)

Con el transcurrir del tiempo, esta metodología se ha ido desarrollando, sufriendo ajustes, revisiones, etc.

Etapas recorridas

Primera etapa: Análisis preliminar

En esta etapa se definió el problema de la investigación y se realizó la búsqueda de antecedentes sobre el mismo. Supuso el rastreo de trabajos en diferentes países tanto de Europa como de América. Se comenzó la discusión y producción del marco conceptual: los aportes de la Teoría de las Situaciones (Brousseau) y de la Teoría de los Campos Conceptuales (Vergnaud) sirvieron de base para iniciar el estudio.

El análisis del tema supuso, además, el estudio de las operaciones desde el punto de vista epistemológico y de su desarrollo a través de la historia. Distintos materiales sobre la Historia de la Matemática y la génesis del concepto operaciones aportaron insumos para la discusión en esta etapa.

Implicó, por otra parte, el estudio sobre la enseñanza tradicional del contenido operaciones a nivel escolar y sus consecuencias. Esto supuso el trabajo en dos niveles: el estudio de su presencia en los programas escolares uruguayos y el análisis de las prácticas habituales.

Acciones concretadas

El análisis de la presencia de las operaciones, en particular la suma y la resta, en los programas escolares de nuestro país abarcó el estudio de: Programa de la Reforma 1877, Programa 1880, Programa 1897, Proyecto 1902 (edición provisional), Programa 1914 (ensayado en escuelas de Montevideo), Programa 1917, Programa 1921, Programa 1925, Programa 1941, Programa 1957, Programa 1979 y Revisión 86.

Para el estudio de los programas se elaboró, después de la lectura primaria de los mismos, una pauta de análisis a los efectos de recoger la información pertinente para nuestro estudio. Se incluyeron: grado escolar en el que aparecen las operaciones, la presencia del término operaciones, la presencia de los términos suma, resta, multiplicación y división, los contextos en que las mismas aparecen, las relaciones con otros contenidos, sugerencias que se presentan, la existencia de ejemplos de actividades, la referencia al contenido operaciones en los objetivos

generales o en la fundamentación del programa y la identificación de elementos vinculados a determinado enfoque.

Este estudio permitió visualizar el lugar que han ocupado las operaciones en la enseñanza de la Matemática a nivel de la Escuela Primaria en nuestro país.

El otro nivel de análisis se concretó en torno a las prácticas habituales en nuestras escuelas, a partir de entrevistas a maestros, del estudio de cuadernos de niños y planificaciones docentes.

La entrevista

Se realizaron entrevistas estructuradas, dirigidas e individuales, a 15 maestros de escuelas públicas de Montevideo y ciudades del interior del país, pertenecientes a diferentes categorías de escuelas: Educación Común, Contexto Socio Cultural Crítico y Escuelas de Práctica.

Para el trabajo con las entrevistas se definieron las siguientes categorías de análisis: lo que se enseña de las operaciones, cómo se enseña, concepto de aprendizaje, referentes teóricos manejados por los maestros entrevistados y valoración de la experiencia docente por parte de ellos.

Análisis de planes de maestros y cuadernos de los niños

Se analizaron cuadernos de niños de 1^{er} y 2^o año, pertenecientes a escuelas del ámbito público y privado. Dentro de las primeras se estudiaron cuadernos de alumnos de Escuelas Comunes, de Contexto Socio Cultural Crítico y del Área de Práctica.

Este estudio se centró en la identificación de los siguientes aspectos: presencia de las operaciones (suma y resta), marco en el que se presentan, contextos que aparecen, aspectos involucrados, significados, evolución de la propuesta a lo largo del curso escolar, presencia de síntesis provisionales, intervenciones docentes, posibles enfoques subyacentes a la propuesta.

Fue complementado con el análisis de planes de maestros, en los que se buscó identificar los siguientes elementos: aspectos abordados, contextos en los que se presentan las operaciones, presencia de problemas o ejercicios, tipos de problemas que aparecen, presencia de actividades de reinversión, relación entre las actividades de clase y de deberes, lugar que ocupan las operaciones en las planificaciones docentes.

Todo esto permitió la elaboración de conjeturas sobre la enseñanza de las operaciones en el primer ciclo de la escolaridad primaria. Algunas de ellas fueron:

- La enseñanza de las operaciones en 1^{er} y 2^o año está centrada en aspectos algorítmicos.
- Hay un gran énfasis en la utilización de material concreto, con poca presencia de trabajo con los propios números.
- Los problemas que aparecen representando los distintos significados de las operaciones no parecen responder a una intencionalidad docente.
- El cálculo relacional está ausente en las propuestas de trabajo.
- En general aparece la enseñanza de las operaciones aisladas de todo contexto para posteriormente ser “aplicadas” en la resolución de problemas.

Paralelamente se hizo necesario continuar avanzando en el análisis de las concepciones de los niños en torno al tema y de los diferentes obstáculos que bloquean su avance, aportados por diferentes investigaciones. Para ello se recurrió a aportes de Delia Lerner, Constance Kamii, Gérard Vergnaud, Marie-Lise Peltier, entre otros.

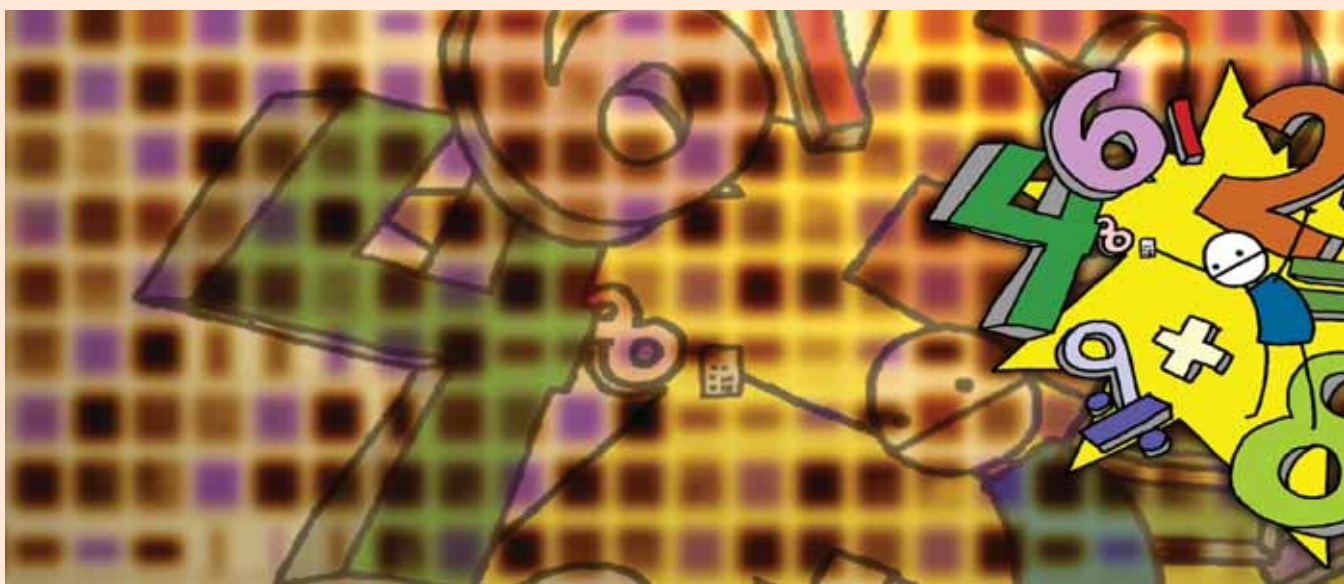
A partir de todo el panorama construido hasta ese momento se analizaron nuevamente los diferentes aspectos que involucra el contenido operaciones y se reafirmó la necesidad de centrar nuestro trabajo en el significado de las mismas.

Segunda etapa: Concepción y análisis a priori

En esta etapa se elaboraron actividades para trabajar las operaciones desde sus diferentes significados en 1^{er} y 2^o año escolar.

Previamente se discutieron posibles categorías a presentar y se elaboró una secuencia para 1^{er} año y otra para 2^o año. Esto implicó el análisis de cada actividad, teniendo en cuenta la estructura de cada una de ellas y lo que aportaba con respecto a la anterior. La manipulación de las distintas variables didácticas exigió un arduo trabajo, analizando lo que estas producían o bloqueaban.

La organización, la consigna, el tipo de número involucrado inciden en los procedimientos empleados por los alumnos. Esto puede ocultar el verdadero problema a estudiar: la estructura de la actividad propuesta.



A partir de un pilotaje de las actividades, las mismas fueron revisadas nuevamente y modificadas en lo relativo a algunas cuestiones que surgieron a partir de esta primera aplicación.

Esto significó arduas discusiones del equipo, nuevas lecturas, análisis de otras actividades, etc.

El análisis didáctico de cada actividad supuso el estudio en profundidad de las condiciones de realización, la previsión de los procedimientos de los alumnos, y las posibles intervenciones docentes.

Una vez terminada esta etapa de elaboración y análisis se inició la etapa de experimentación.

Tercera etapa: Experimentación

Este momento que supone la puesta en práctica de las secuencias de enseñanza, elaboradas y analizadas previamente, se llevó a cabo en las clases de algunos maestros integrantes del Grupo de Investigación que, además, participan de instancias de formación y estudio.

Esta puesta en el aula de las actividades exigió la observación y el registro de cada una de ellas, para su posterior análisis colectivo.

Los grupos observados pertenecen a dos escuelas de contexto socio cultural desfavorable.

Cuarta etapa: Análisis a posteriori

En esta etapa se analizaron los datos relevados durante la etapa experimental y se complementaron con otros datos, surgidos de la aplicación de instrumentos como entrevistas realizadas a alumnos escolares.

Esta información es confrontada con la manejada en el análisis a priori, lo que posibilita la validación de las hipótesis de la investigación. La confrontación entre los análisis a priori y a posteriori es sumamente compleja, ya que implica una descripción desmenuzada que posibilitará realizar, posteriormente, el análisis en términos de validación de hipótesis que fueron confirmadas o rechazadas en la fase experimental.

El Equipo ha transitado la etapa de confrontación de los análisis y ha arribado a algunas conclusiones primarias que están siendo objeto de análisis.

Conclusiones primarias

- ▶ Con respecto a los procedimientos que emplean los niños, parecería que están determinados por la estructura de la situación, por la forma de trabajo y por las representaciones mentales que incluyen conocimientos anteriores.
- ▶ Las representaciones que utilizan están fuertemente relacionadas con las representaciones de la situación y con la anticipación de una estrategia.
- ▶ Existe una relación entre el tipo de representación y la existencia o no de concordancia o discordancia entre la situación y la resolución.

- ▶ Los cambios que se producen durante el proceso de resolución son provocados por: evaluación del procedimiento por parte del propio niño, por resultar un procedimiento pesado o confuso, por la influencia cercana de otro niño o por la intervención de un maestro.
 - ▶ Las causas de utilización de más de un procedimiento aparentan ser: una forma de corroborar algo ya realizado o por exigencias de un contrato pedagógico.
 - ▶ La presencia de los desagregados en los procedimientos de resolución empleados por los alumnos revela un estado de conocimiento.
- ▶ ¿Los algoritmos son visualizados por los niños como procedimientos de mayor nivel o jerarquía?
 - ▶ ¿Qué hace que los alumnos no logren entrar en una situación?

En esta etapa de nuestro trabajo intentamos contestar estas interrogantes a partir de un análisis exhaustivo del material relevado, del estudio de nuevos materiales bibliográficos, y de discusiones y reflexiones en la interna del Equipo.

Resta aún el arribo a conclusiones definitivas y la realización de un informe final. 

Interrogantes que han surgido:

- ▶ ¿Qué determina la utilización de procedimientos tan diferentes en situaciones de adición y de sustracción?
- ▶ ¿Cuál es el papel que los alumnos le otorgan al “tachado” de cantidades? ¿Esta acción solo se vincula a situaciones en las que hay que restar?

Bibliografía

BROUSSEAU, Guy (2000): “Educación y Didáctica de las Matemáticas” en *Educación Matemática*, 12(1), pp. 5-38. México: Grupo Editorial Iberoamérica.

CHARNAY, Roland (1994): “Aprender (por medio de) la resolución de problemas” en C. Parra e I. Saiz (comps.): *Didáctica de Matemáticas. Aportes y reflexiones*. Buenos Aires: Paidós Educador, 1ª edición.

CHARNAY, Roland (2005): “En busca del sentido”. Traducción autorizada por el autor: Ma. Alicia Xavier de Mello. Revisión de traducción: Prof.ª Ana María Brandes. En *Revista QUEHACER EDUCATIVO* N° 74 (Diciembre), Edición Especial, pp. 92-94. Montevideo: FUM-TEP.

DOUADY, Régine (1995): “La ingeniería didáctica y la evolución de su relación con el conocimiento” en M. Artigue; R. Douady; L. Moreno; P. Gómez (eds.): *Ingeniería Didáctica en Educación Matemática*. Bogotá: Grupo Editorial Iberoamérica.

PELTIER, Marie-Lise (2003): “Problemas aritméticos. Articulación, significados y procedimientos de resolución” en *Educación Matemática*, vol. 15, núm. 3, pp. 29-55. México: Ed. Santillana.

RODRÍGUEZ, RAVA, Beatriz (2003): “La Ingeniería Didáctica. Una metodología de investigación propia de la Didáctica de la Matemática” en *Revista QUEHACER EDUCATIVO* N° 57: “PLANIFICACIÓN 3”, Edición Especial (Febrero), pp. 121-123. Montevideo: FUM-TEP.

RODRÍGUEZ RAVA, Beatriz (2005): “De las operaciones... ¿qué podemos enseñar?” en Beatriz Rodríguez Rava y Ma. Alicia Xavier de Mello (comps.): *El Quehacer Matemático en la Escuela. Construcción colectiva de docentes uruguayos*, pp. 130-150. Montevideo: FUM-TEP - Fondo Editorial QUEDUCA.

VERGNAUD, Gérard (1990): “La teoría de los campos conceptuales” en *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 10/2.3. Grenoble: La Pensée Sauvage. Traducción de Juan D. Godino.

VERGNAUD, Gérard (1991): *El niño, las matemáticas y la realidad*. México: Ed. Trillas.

VERGNAUD, Gérard (2007): “¿En qué sentido la Teoría de los Campos Conceptuales puede ayudarnos para facilitar aprendizaje significativo?” en *Investigações em Ensino de Ciências*, 12(2), pp. 285-302.

Equipo de Investigación

Maestros: Andrés Ambrosio, Montevideo; Bettina Ardanaz, Montevideo; Lucía Brussa, Montevideo; Ma. del Carmen Curti, Montevideo; Carla Damisa, Montevideo; Daniela Debenedetti, Colonia; Andrea Di Biase, Montevideo; Valentina Jung, Montevideo; Bettina Lapalma, Soriano; Alejandra Larrea, Soriano; Ana Laura Lujambio, Montevideo; Fabiana Marella, Montevideo; Milena Martín, Montevideo; Rosario Ortega, Tacuarembó; Liliana Pazos, Montevideo; Marycel Viñoly, Montevideo; Alicia Xavier de Mello, Montevideo.

Coordinadora: Beatriz Rodríguez Rava.