Numeración – Operaciones

Una relación indisoluble

Alicia Silva Palumbo | Maestra. Formadora de maestros en Enseñanza de la Matemática.

"El sistema de numeración: un problema didáctico" (Lerner y Sadovsky, 1994) es la primera investigación que pone a este sistema en el debate de la enseñanza. Desde sus primeras reflexiones, las autoras se hacen esta pregunta: *«El sistema de numeración y las operaciones aritméticas son dos contenidos básicos que atraviesan la escolaridad primaria, ¿cuál es la relación que puede establecerse entre ellos?»*[1].

A partir de allí hacen notar que dentro de determinado planteo didáctico (del que nos ocuparemos más adelante), los alumnos son capaces de generar en acto procedimientos que ponen en evidencia conocimientos del sistema de numeración y de las propiedades de las operaciones. Con énfasis en esta realidad, las autoras sostienen que didácticamente se abre la posibilidad de confrontar estos procedimientos y avanzar en el conocimiento de ambos aspectos.

Esta pregunta nos lleva de la mano al problema que deseamos plantear: durante largo tiempo, estos dos aspectos entrelazados se han trabajado en la enseñanza en forma separada. La explicación de este fenómeno es de larga data y no han podido desprenderse de esta historia los currículos escolares. Si nos remontamos a los orígenes y al uso que se realizaba de ellos, vemos que los sistemas de numeración anteriores al que tenemos en uso se crearon para contabilizar cantidades y enumerar, esos fueron los dos grandes cometidos. Además, los números fueron objetos de fascinación en la antigüedad, mientras que las operaciones fueron un oficio de esclavos. En la Edad Media se inventaron instrumentos físicos de cálculo como los ábacos, para realizar operaciones. Recién en el siglo XV, en occidente, se va a imponer un sistema de numeración que, despegado de los objetos, va a permitir las operaciones tan solo con el manejo de sus cifras. La escuela, heredera de los criterios separados, no ha podido aún, si pensamos en lo reciente de esta investigación en términos de enseñanza, batallar con este sistema complejo pero tan extraordinario que permitió a la humanidad un gran salto científico.

Pero veamos qué se observa con frecuencia en las aulas con esta enseñanza divorciada, cuál es el efecto en el conocimiento de los alumnos, y he ahí nuestro problema.

Cómo se enseña usualmente la numeración y las operaciones

Tomemos un formato de enseñanza que ha sido muy extendido, y hoy persiste en las aulas: desde el inicio de la escolaridad, los números se presentan por agregación de +1 y su escritura; se cuentan objetos y se escribe el cardinal correspondiente. Es más, la escritura de la sucesión numérica va acompañada de una referencia a los objetos que se cuentan. ¿Cuál es el problema aquí? Las representaciones de los números en cuanto sistema son diferenciadas por las cifras y los agrupamientos que este sistema base 10 ha determinado. El conteo de objetos es igual para el 4 que para el 24 o para el 100, de manera que la extensión del conteo asociado a la escritura no permite comprender por qué la escritura de un número pasa de una cifra a dos o tres cifras. Este hecho se ignora.

[1] En línea: http://www.buenosaires.gob.ar/areas/educacion/cepa/lerner_sadovsky_sist_num_4.pdf

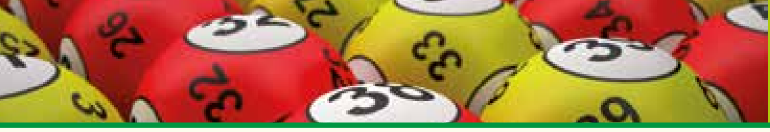
La investigación a la que hacíamos referencia mostró que los alumnos, a partir de la observación diaria del comportamiento de las escrituras numéricas, elaboran hipótesis acerca de cuándo es mayor un número en relación al número de cifras; aprenden la escritura de los múltiplos de 10 (nudos) y realizan una escritura en correspondencia con esta observación. Esto los lleva a cometer “errores” en la escritura pero que, como lo muestran las autoras, se convierten en un insumo excelente para la intervención docente.

Cuando se intenta trabajar sobre la posicionalidad del sistema se recurre a materiales concretos y figurativos: se agrupan objetos o figuras en decenas o centenas, según el caso, y se pretende que el alumno comprenda la escritura del número por estos agrupamientos. Investigaciones como la de Kamii (1994) han puesto en evidencia que los alumnos interpretan el valor de las cifras solamente en términos de unidades para los diferentes órdenes. Los agrupamientos o los “ataditos” no reflejan el orden de las cifras, que es inherente al valor posicional. Esto ha sido estudiado por Lerner (1999), los “ataditos” siempre van a sumar la cantidad total independientemente del orden en el que se los presente, mientras que si cambio el orden de las cifras cambia el número (el 38 se convierte en 83). Por otra parte, Kamii sostiene que al comienzo de su escolaridad, los alumnos no pueden incorporar la inclusión de los órdenes en forma separada de las unidades. No pueden, además, integrarlos con una terminología diferente a la que manejan: el diez no es para ellos lo mismo que una decena. En los ábacos –fuera de su contexto histórico (cálculo), utilizados hoy para mostrar los lugares de las cifras–, si bien respetan ese orden, son nuevamente objetos los que se colocan en los vástagos y no cifras. En este caso, el niño debe interpretar que cada argolla del segundo vástago vale 10, y es justamente lo que Kamii sostiene que no puede hacer. Algunos niños logran interpretarlo, más por obediencia que por comprensión. El uso abusivo de estos materiales logra una memorización de los números que componen el sistema, pero no puede lograr lo verdaderamente importante: la comprensión de sus reglas de formación. En los grados superiores no se aborda usualmente este contenido, por lo que los alumnos mantienen la producción de números sin entender la integración del sistema, y continúan la escritura de los números utilizando las hipótesis que mencionamos, elaboradas previo a su escolaridad.

Esto es preocupante porque estaría revelando dificultades en los avances que la escuela debe provocar en los alumnos; no es posible que los alumnos finalicen el ciclo escolar con ideas elaboradas en su comienzo.

Para la enseñanza de las operaciones generalmente se presentan problemas tipo que se resuelven con suma, resta, multiplicación o división exclusivamente. Por los estudios de Vergnaud (1991) hoy sabemos que el contexto del problema determina los procedimientos de resolución. Al hablar de esto estamos pensando que se recurre en algunos casos indistintamente (por ejemplo) a la suma o a la resta, y en otros casos no es evidente para los alumnos que dos problemas diferentes se resuelvan con la misma operación.

Al desconocer estos aportes se pasa rápidamente al algoritmo. Estos se enseñan mecánicamente y con un único modelo. Las dificultades que se le presentan al alumno en los cambios de orden se tratan de “facilitar” con cartelitos con la inicial de los órdenes y separando con una línea cada orden, de forma que el número resultante se reconstruye mágicamente. En la medida en que se progresa en esta enseñanza, cada una de las operaciones presenta nuevos escollos. El éxito de la resta pasa a depender de la prueba. En el caso de la multiplicación, cuando los factores tienen más de una cifra, los productos parciales también se reconstruyen mágicamente porque no se sabe por qué se corren lugares. La división es un problema mayor. Los sucesivos restos se escriben no ya en unidades, sino según el orden de referencia; sucede igual con el cociente. Esto hace que, para el alumno, 1 y 1000 valgan lo mismo. Nuevamente en el cociente se arma un número mágicamente. Es frecuente encontrar que el cociente es mayor que el dividendo, y los alumnos no se cuestionen. Lo grave de esto es que no se entiende lo que hace la operación. Referimos a un artículo de Silva (2005): alumnos de quinto año dividían un número de seis cifras entre un número de dos cifras y obtenían como cociente un número que era aproximadamente la mitad del dividendo.



En qué se sustentan estas propuestas

¿Qué matemática se esconde detrás de estas propuestas? Es un conocimiento acabado que se trasmite por una enseñanza normativa (modelo educativo y matemática están en consonancia). Se le entrega al alumno el producto final, y la transposición didáctica que se realiza del mismo contiene errores matemáticos, ya que no existe una vigilancia epistemológica del conocimiento (el objeto de conocimiento se deforma para ser enseñado de manera que pierde rigurosidad); un buen ejemplo es el cambio de las cifras por los ataditos (Lerner, 1999).

La consecuencia de estas prácticas se refleja en las respuestas que comúnmente apreciamos en las aulas cuando los alumnos, ante un problema, necesitan preguntar con qué cuenta se resuelve.

Desde qué marco teórico nos posicionamos para elaborar planteos alternativos

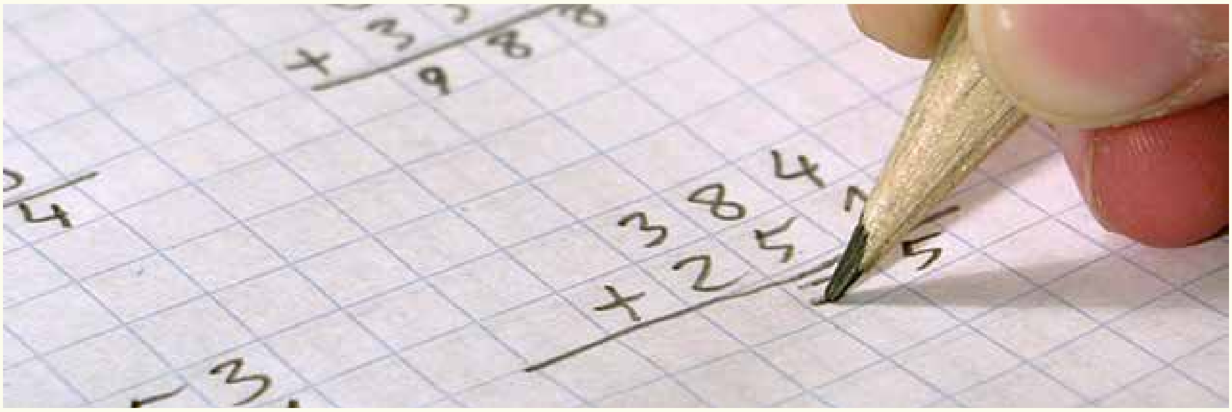
Entender que la matemática es un conocimiento que ha tenido y tiene una elaboración permanente de búsqueda, de aciertos, de errores, de replanteos, de reestructuraciones; muestra lo que algunos autores como Charlot sostienen: que la matemática se aprende haciendo matemática. ¿Cómo pensar hacer matemática en el aula cuando la matemática escolar es una matemática antigua?

Pensamos que hoy en día, las diferentes investigaciones didácticas que aporta la escuela francesa sobre la enseñanza de la matemática (Brousseau, Chevallard, Vergnaud, Gascón, Sadovsky, Lerner, Espinosa, Carraher, Block, entre otros) nos permiten afirmar que es posible transformar el aula en un ambiente de producción matemática, donde cada clase elabore lo correspondiente a su nivel. Hay una pregunta que surge: ¿cómo los niños pueden hacer aquello que "no saben"? Pedirle a un alumno del nivel inicial que escriba en una tarjeta cuántos lápices hay en una caja, pone en juego sus creencias de cómo se realiza esa escritura. La diversidad de formas (procedimientos) en un aula donde el docente permita confrontar y discutir acerca de las posibles escrituras, nos habla ya no solo de una elaboración matemática, sino de una postura sobre el pensar críticamente, uno de los objetivos centrales de la escuela.

Dado que el alumno transita y ha transitado diferentes niveles de la enseñanza accediendo a los marcos tradicionales, para que estas discusiones o debates se produzcan es importante que el docente revise permanentemente el contrato didáctico establecido. En palabras de Brousseau (2007), debe devolver el problema al alumno para que este se apropie y encuentre la estrategia óptima de resolución.

Para ello es necesario crear propuestas de trabajo tomando una situación y, a partir de las respuestas que los alumnos darán, elaborar varias situaciones relacionadas, de forma de adecuar el objetivo matemático al hacer matemático de los alumnos.

La gestión del docente y la elaboración de las propuestas adecuadas a los alumnos y al conocimiento a enseñar, están totalmente entrelazadas. El conocimiento a enseñar debe estar próximo al saber sabio. Esto significa, no obstante la matemática escolar parece ser conocida por todos, que deba revisarse y profundizarse. En el caso de numeración y de operaciones es importante conocer profundamente el sistema de numeración y las formas de conteo durante toda la escolaridad, así como las propiedades de las operaciones y la resolución de estas utilizando los órdenes del sistema de numeración que permiten el cálculo mental y facilitan el cálculo algorítmico. Con respecto a las propuestas a presentar a los alumnos, es preciso tener en cuenta los conocimientos que estos tienen sobre el saber a enseñar. En el caso de la numeración, requiere estar informado sobre las investigaciones a las que nos referimos anteriormente en cuanto a las hipótesis en las que se apoya la escritura de los números. Importantes investigaciones como las de Carraher, Carraher y Schliemann (1991) y Ferreiro (1986) muestran que en situaciones cotidianas, alumnos de contextos muy desfavorables resuelven mentalmente problemas que a veces no logran resolver con lápiz y papel. La lectura de la Teoría de los Campos Conceptuales de Vergnaud (1991) es un aporte fundamental para plantear a los alumnos, problemas que contemplen diferentes situaciones que se resuelven con las distintas operaciones, de manera de no "pegarles" situaciones estereotipadas.



¿Cómo instrumentar estas ideas en el aula?

No existe una receta como la que habría en un modelo normativo, dado que cada aula, al pensarse como un lugar para construir conocimiento, nunca es igual a otra. Esto es porque los niños son diferentes y avanzan en tiempos diferentes, y no existe enseñanza verdadera si no se acompaña su proceso de elaboración.

No obstante, hay cuestiones fundamentales o hay caminos por los que deberíamos transitar, tal como tener en cuenta que es mejor ocupar más tiempo en la discusión sin cerrar un conocimiento, que acumular conocimientos para cumplir con un programa.

Tomemos un ejemplo: una enseñanza posible del valor posicional y de la suma en el primer ciclo.

En este caso optaríamos por plantear primero problemas de suma que recorran los diferentes significados que plantea Vergnaud (*ibid*.): composición de medidas y transformación de medidas. Debe haber al menos tres problemas, y los números seleccionados deben estar en el conocimiento de los alumnos. Al gestionar estos problemas, el docente debería dar un espacio para que los alumnos produzcan procedimientos de resolución sin intervenir jamás sobre el conocimiento que resuelve, y sí alentando al alumno en sus posibilidades. Este momento que llamamos espacio privado del alumno es fundamental. Para el docente, porque se pone en juego la pertinencia de la respuesta; si los alumnos están tan alejados de ella que no pueden encontrar un procedimiento artesanal o es tan sencillo para ellos que todos lo resuelven rápido y correctamente, entonces la propuesta es inadecuada y no se debería, en el primer caso, ni insistir ni dar explicaciones para que la resuelvan. Esto es crucial porque la tentación por cumplir con los programas es grande, y si se induce la respuesta a los alumnos se impide que ellos la elaboren. Para el alumno significa un momento con el problema, libre de presiones, en contacto solo con un medio.

Es importante que al planificar esos problemas, el docente haya previsto posibles formas de resolución que lo ayudarán para las intervenciones colectivas e individuales. Al principio, este aspecto no resulta fácil para el maestro, pero debe tenerse en cuenta que podrá irse elaborando a medida que observe los procedimientos que los alumnos realicen. Después de cada propuesta, el docente debe analizar los procedimientos surgidos y, en momentos próximos, confrontarlos apelando siempre a las voces de sus alumnos, desprendiéndose cada vez más de sus autores. Este espacio público apunta a la formación de una comunidad de aprendizaje donde el conocimiento no es propiedad de nadie. Se confrontan aquellos procedimientos próximos para observar lo que tienen en común; también pueden confrontarse escrituras totalmente diferentes apuntando a la diversidad de expresiones numéricas. Si es entendida por los niños, la escritura del número se debe valorar por sobre las resoluciones gráficas. Partimos siempre de un supuesto: todos los niños han podido, dentro de sus posibilidades, resolver el problema. Este es el ingrediente imprescindible de toda buena situación; un problema no es problema si los alumnos no lo pueden resolver. Cada vez que se discuta, corresponde promover avances en los saberes de los alumnos de forma que el docente no deba realizar exposiciones de los procedimientos y validarlos, sino cuestionarlos e ir a los porqués de que sean iguales o diferentes.

El valor posicional no es un conocimiento que se pueda plantear desde un problema de la vida cotidiana. Su contexto es solamente matemático. Es por ello que es inadecuado desagregar números, por ejemplo, en la fecha, dado que pierden sentido.

Situaciones como las anteriores donde aparecen diferentes resoluciones pueden utilizarse, seleccionando las adecuadas, para analizar qué aspectos del valor posicional están en juego en cada una, o se pueden proponer escrituras de números conocidas por los niños para analizar la inclusión de la decena, de la centena, según el caso. Si para encontrar el 84 como resultado de la suma de 28 + 30 + 26, un alumno contó 7 de 10 y luego 14 de 1 y formó el 84; mientras que otro escribió las sucesiones hasta 28, hasta 30 y hasta 26, y luego encerró y fue contando 20 números, luego 30 y otros 20, y después contó los que le sobraban; ¿qué tienen en común estos dos casos? Nada más y nada menos que la fundamentación de por qué el 84 se escribe así; ¿qué "dice" el 8?, que son 8 veces 10 observando la regularidad que se cumple en el alumno que escribió la sucesión. Confrontando otras escrituras se pueden elaborar conclusiones provisorias tales como: *cuando hay un número de dos cifras, el primero dice cuántos dieces hay en el número*.

¿Cuál es el vínculo de esto con las operaciones y sus propiedades? La suma de los órdenes reconstruye el número y no importa el orden en que se sumen (propiedad conmutativa).

Una preocupación instalada en la escuela y en la sociedad es que los alumnos utilicen algoritmos convencionales. Cuando planteamos anteriormente un algoritmo producido por los procedimientos de los alumnos, estábamos otorgando un lugar de prestigio a las producciones de los niños, dado que hacen al hacer matemático que planteamos desde el comienzo. Además, estos algoritmos precisamente transparentan y pueden dar cuenta del valor de los órdenes y explicar, en este caso, el acarreo de las unidades a las decenas. Puesto que el algoritmo convencional propio de nuestra cultura no es justamente transparente, la confrontación con estos algoritmos artesanales que los alumnos, luego de muchas actividades, deberían conocer con solvencia permite que en determinado momento de la escolaridad puedan optar por los convencionales, pero con un adecuado nivel de comprensión.

Cada vez que el docente plantee propuestas para enseñar las otras operaciones, los espacios siempre deben permitir reflexionar sobre la numeración, es decir, desde el producto de dos números, desde la diferencia o desde el cociente es importante que se encuentre qué otros números pueden producir esos resultados, y hallarlos en la sucesión de los números. En estas situaciones también se ponen en juego las relaciones entre los números, las propiedades de los mismos y las propiedades de las operaciones. Esto último nos enfoca en un hacer matemático de relaciones, y evita que la matemática se enseñe como una suma de partes.

Este planteo que ejemplificamos con una situación para el primer ciclo, es válido para toda la escolaridad, ya que cuando se amplía la numeración al conjunto de los racionales vuelven a aparecer estas dificultades tanto en la comprensión de la numeración como en la resignificación de las operaciones. Por ejemplo, hay que revisar las concepciones de los niños en las que a mayor número de cifras mayor es el número, ya que con el ingreso de los números racionales se produce una ruptura que presenta nuevas dificultades.

Hasta aquí hemos delimitado un problema de enseñanza de la matemática y ensayado una posible forma de abordarlo, pero nos preguntamos cómo lograr que en las aulas estas cuestiones se hagan colectivas.

Las instancias de trabajo con docentes de un mismo nivel y de niveles próximos[2] abren una posibilidad de recrear lo que pensamos para un aula escolar. No obstante, los problemas a resolver por parte de los docentes serán problemas didácticos en los que se involucren haceres matemáticos de los alumnos. El analizar los trabajos de los alumnos, el analizar la pertinencia de las propuestas en relación a los objetivos propuestos, el co-pensar la gestión de los mismos, ponen en marcha una diversidad de estrategias de los docentes. La interacción de estos saberes docentes–saberes de los alumnos debe posibilitar al colectivo el crecimiento de la gestión de los saberes didácticos. Volver una y otra vez

[2] No descartamos niveles distantes, dado que en estos casos se observa la evolución de los alumnos y este aspecto puede darnos grandes sorpresas.

sobre los trabajos de sus alumnos, con lecturas de las investigaciones que ya hemos enumerado, con análisis de las producciones de los niños donde se reflejen diversidad de procedimientos, de avances y, fundamentalmente, la coexistencia de escrituras mixtas[3].

Este último aspecto es muy importante porque evidencia que el aprendizaje no es una línea siempre en ascenso.

En síntesis, hacer matemática es restituir (porque este es un derecho innato al ser humano) a los alumnos, la posibilidad de acercarse a reelaborar los conocimientos matemáticos producidos por la humanidad. Para ello es importante encontrar contextos próximos o producidos en la escuela, recontextualizarlos en otras situaciones y descontextualizarlos, como señala Brousseau (1986) al referirse al trabajo del profesor. La consideración de este último aspecto constituye una reflexión sobre el objeto de conocimiento que debe hacerse en cada nivel, para producir generalizaciones que dan cuenta realmente de un saber. Aquí es fundamental la gestión de un docente que no haga uso de su autoridad en el saber, sino que la autoridad del saber surja como consecuencia de un debate que se va ajustando progresivamente. Brousseau (1991:19) lo plantea maravillosamente cuando dice que los alumnos aprenden en estas instancias, nada más y nada menos que *«la gestión individual y social de la verdad»* y *«...cómo convencer respetando al interlocutor; cómo dejarse convencer contra su deseo o interés; cómo renunciar a la autoridad, a la seducción a la retórica, a la forma, para compartir lo que será una verdad común...»*. Q

Bibliografía

BROUSSEAU, Guy (1986): "Fundamentos y métodos de la didáctica de las matemáticas" en *Recherches en Didactique des Mathématiques*, Vol. 7, Nº 2, pp. 33-115. Original: "Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques". Traducción: Julia Centeno Pérez, Begoña Melendo Pardos, Jesús Murillo Ramón. En línea: http://cimate.uagro.mx/ivanlopez/seminario/archivos/Brousseau_Fondements.pdf

BROUSSEAU, Guy (1991): "¿Qué pueden aportar a los enseñantes los diferentes enfoques de la Didáctica de las Matemáticas?" (Segunda parte) (Versión castellana de Luis Puig) en *Enseñanza de las Ciencias*, Vol. 9, Nº 1, pp. 10-21. En línea: http://ddd.uab.es/pub/edlc/02124521v9n1p10.pdf

BROUSSEAU, Guy (2007): *Iniciación al estudio de la teoría de las situaciones didácticas*. Buenos Aires: Libros del Zorzal.

CARRAHER, Terezinha; CARRAHER, David; SCHLIEMANN, Analúcia (1991): *En la vida diez, en la escuela cero*. México: Siglo XXI editores.

CHARLOT, Bernard (1986): "La epistemología implícita en las prácticas de enseñanza de las Matemáticas". Conferencia dictada en Cannes (marzo 1986). Extraído del material de lectura seleccionado en el Postítulo *"Enseñanza de la Matemática para el nivel primario"*. Buenos Aires: CePA. En línea: http://www.buenosaires.gob.ar/areas/educacion/cepa/epistemologia_charlot.pdf

CHARNAY, Roland (1995): "Mathématiques et mathématiques scolaires" en M. Develay (dir.): *Savoirs scolaires et didactiques des disciplines. Une encyclopédie pour aujourd'hui*. París: ESF editeur.

CHEVALLARD, Yves (2013): *La matemática en la escuela. Por una revolución epistemológica y didáctica*. Buenos Aires: Libros del Zorzal.

FERREIRO, Emilia (1986): "El cálculo escolar y el cálculo con dinero en situación inflacionaria" en E. Ferreiro: *Proceso de alfabetización. La alfabetización en proceso*. Buenos Aires: CEAL.

GASCÓN, Josep (2001): "Incidencia del modelo epistemológico de las matemáticas sobre las prácticas docentes" en *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa (RELIME)*, Vol. 4, Nº 2, pp. 129-159. En línea: http://www.clame.org.mx/relime/200102b.pdf

IFRAH, Georges (1987): *Las cifras. Historia de una gran invención*. Madrid: Alianza Editorial.

KAMII, Constance Kazuko (1994): *El niño reinventa la aritmética. Implicaciones de la teoría de Piaget*. Madrid: Ed. Aprendizaje Visor.

LERNER, Delia (1999): "Reflexiones sobre: Uso del Material concreto en Matemáticas. Problemas de la Vida cotidiana" en *QUEHACER EDUCATIVO*, Nº 34 (Marzo), pp. 56-60. Montevideo: FUM-TEP.

LERNER, Delia; SADOVSKY, Patricia (1994): "El sistema de numeración: un problema didáctico" (Cap. V) en C. Parra; I. Saiz (comps.): *Didáctica de matemáticas. Aportes y reflexiones*. Buenos Aires: Ed. Paidós Educador.

QUARANTA, María Emilia; TARASOW, Paola (2004): "Validación y producción de conocimientos sobre las interpretaciones numéricas" en *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, Vol. 7, Nº 3, pp. 219-233. En línea: http://www.clame.org.mx/relime/200402c.pdf

SAADA-ROBERT, Madelón; BRUN, Jean (1996): "Las transformaciones de los saberes escolares: aportaciones y prolongaciones de la psicología genética" en *Perspectivas. Revista trimestral de educación comparada*, Vol. XXVI, Nº 1 (marzo), pp. 25-38. En línea: http://unesdoc.unesco.org/images/0010/001052/105276sb.pdf

SAIZ, Irma; PARRA, Cecilia; SADOVSKY, Patricia (1994): "Organización de las interacciones de los alumnos entre sí y con el maestro". Extraído de "Enseñanza de la Matemática - Documento curricular del Profesorado de Enseñanza Básica. Programa de transformación de la Formación Docente (PTFD)". Buenos Aires. En línea: http://www.aportes.educ.ar/sitios/aportes/recurso/index?rec_id=107754&nucleo=matematica_nucleo_ense%C3%B1anza

SILVA PALUMBO, Alicia (2005): "Dividir entre dos cifras. A propósito de una práctica de enseñanza" en *QUEHACER EDUCATIVO*, Nº 69 (Febrero), pp. 36-43. Montevideo: FUM-TEP.

TERIGI, Flavia; WOLMAN, Susana (2007): "Sistema de numeración: consideraciones acerca de su enseñanza" en *Revista Iberoamericana de Educación*, Nº 43, pp. 59-83. En línea: http://www.uruguayeduca.edu.uy/Userfiles/P0001/File/rie43a03[1].pdf

VERGNAUD, Gérard (1991): *El niño, las matemáticas y la realidad*. México: Ed. Trillas.

[3] Nos referimos a la utilización por parte de los alumnos de representaciones gráficas (dibujos), de textos y de símbolos matemáticos.

DIDÁCTICA y Prácticas Docentes